

Методические материалы по дисциплине:

Дифференциальные уравнения

Основная профессиональная образовательная программа высшего образования – программа специалитета.

12.05.01 Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения

1. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$?
Ответ: линейное однородное второго порядка.
2. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $x^2y'' + xy' + y = 0$?
Ответ: линейное однородное второго порядка, уравнение Эйлера.
3. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $x^2y'' + xy' + y = x$?
Ответ: линейное неоднородное второго порядка, уравнение Эйлера.
4. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $x^2y'' + y = x^2$?
Ответ: линейное неоднородное второго порядка, уравнение Эйлера.
5. Чему равняется $|e^{i\phi}|$?
Ответ: 1.
6. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y)y' = 1$?
Ответ: уравнение Бернулли.
7. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $x^2y + xy + x^2y^2 = 4$?
Ответ: уравнение Риккати.
8. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $(2x + 3x^2y)dx + (x^3 - 3y^2)dy = 0$?
Ответ: уравнение в полных дифференциалах.
9. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $ydx - (4x^2y + x)dy = 0$?
Ответ: уравнение с интегрирующим множителем.
10. Какой интегрирующий множитель у уравнения $ydx - (4x^2y + x)dy = 0$?
Ответ: $-1/x^2$.
11. Что такое решение дифференциального уравнения?
Ответ: это функция, при подстановке которой в уравнение получается тождество.
12. К какому типу дифференциальных уравнений относится уравнение $y' = f(x, y)$?
Ответ: дифференциальное уравнение первого порядка.
13. Что такое изоклина?
Ответ: геометрическое место точек плоскости (x, y) , в которых наклон касательных к решениям уравнения $y' = f(x, y)$ один и тот же.
14. Что требуется в теореме о существовании и единственности решения задачи Коши от правой части $y' = f(x, y)$ на замкнутом квадрате с центром в точке начальных условий?
Ответ: непрерывность и дифференцируемость по y .
15. Что есть общее решение уравнения $y' + p(x)y = 0$ при непрерывной

функции p ?

Ответ: функция $y = Ce^{-\int p(x)dx}$.

16. Если для функции $F(x, y)$ выполнено тождество $F(kx, ky) \equiv k^n F(x, y)$ при всех $k > 0$, то как такая функция называется?

Ответ: однородная функция степени n .

17. Как уравнение Бернулли $y' + p(x)y = q(x)y^n$ сводится к линейному?

Ответ: заменой $\frac{1}{y^{n-1}} = z$.

18. Когда уравнение $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ будет уравнением в полных дифференциалах?

Ответ: если $\frac{\partial M}{\partial y} \equiv \frac{\partial N}{\partial x}$.

19. Каково общее решение уравнения в полных дифференциалах $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$?

Ответ: $F(x, y) = C$ при произвольной постоянной C , где функция F удовлетворяет условиям $F'_x = M$ и $F'_y = N$.

20. Каково общее решение уравнения $(2x + 3x^2y)dx + (x^3 - 3y^2)dy = 0$?

Ответ: $x^2 + x^3y - y^3 = C$.

21. Как понизить порядок уравнения $F(y, y', y'') = 0$?

Ответ: при помощи замены $y' = p(y)$.

22. Пусть $y = y(x)$. Если $y' = z(x)$, то чему равно y'' ?

Ответ: z' .

23. Пусть $y = y(x)$. Если $y' = p(y)$, то чему равно y'' ?

Ответ: $p'p$.

24. Если уравнение однородно относительно y и его производных, то какой подстановкой порядок уравнения понижается?

Ответ: подстановкой yz .

25. Какую замену необходимо сделать для понижения порядка в уравнении $x^2y'' = y'^2$?

Ответ: $y' = p(x)$.

26. Пусть $y = y(x)$. Чему равно $\frac{y''}{y'}$?

Ответ: $(\ln y')'$.

27. Чем является пространство решений однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

Ответ: плоскостью, содержащая 0.

28. Чем является пространство решений однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с непрерывными коэффициентами?

Ответ: плоскостью, содержащая 0.

29. Чем является пространство решений неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

Ответ: плоскостью.

30. Чем является пространство решений неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с непрерывными коэффициентами?

Ответ: плоскостью.

31. Как получается множество решений неоднородного линейного дифференциального уравнения из пространства решений соответствующего однородного линейного дифференциального уравнения?

Ответ: сдвигом пространства решений однородного линейного дифференциального уравнения на частное решение неоднородного уравнения.

32. Пусть известны два частных решения неоднородного линейного дифференциального уравнения. Чем является их разность?

Ответ: частным решением однородного уравнения.

33. Каково общее решение уравнения $y'' = 0$?

Ответ: $C_1 + C_2x$.

34. Каково общее решение уравнения $y'' + y = 0$?

Ответ: $C_1 \cos x + C_2 \sin x$.

35. Каково общее решение уравнения $y'' - 2y' + 2 = 0$?

Ответ: $C_1 e^x \cos x + C_2 e^x \sin x$.

36. Каково общее решение уравнения $y'' - y = 0$?

Ответ: $C_1 e^x + C_2 e^{-x}$.

37. В каком виде ищется частное решение уравнения $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$?

Ответ: $x^2(Ax + B)e^{2x}$.

38. Каков наименьший порядок линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными (действительными) коэффициентами и частным решением $\sin x$?

Ответ: 2.

39. Какой вид имеет линейное однородное дифференциальное уравнение наименьшего порядка с частным решением $e^{2x} \cos x$?

Ответ: $y'' - 4y' + 5y = 0$.

40. Какой вид имеет линейное однородное дифференциальное уравнение с фундаментальной системой решений $\{e^{2x} \cos x, e^{2x} \sin x\}$?

Ответ: $y'' - 4y' + 5y = 0$.

41. Что такое фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка?

Ответ: это два линейно независимых решения этого уравнения.

42. При помощи какого метода ищется частное решение неоднородного уравнения общего вида?

Ответ: ищется методом вариации произвольных постоянных.

43. Если известно частное решение y_1 линейного однородного уравнения (возможно, с переменными коэффициентами) второго порядка, то при

помощи какой подстановки можно его упростить?

Ответ: $y = y_1 z$.

44. Какова фундаментальная система решений уравнения $xu'' + y' = 0$?

Ответ: $\{\ln x, 1\}$.

45. Какова фундаментальная система решений уравнения $y'' + y' = 0$?

Ответ: $\{e^{-x}, 1\}$.

46. Какова фундаментальная система решений уравнения $y'' - y' = 0$?

Ответ: $\{e^x, 1\}$.

47. Какова фундаментальная система решений уравнения $y'' - y = 0$?

Ответ: $\{e^{\pm x}\}$.

48. Какова фундаментальная система решений уравнения $y'' + y = 0$?

Ответ: $\{\cos x, \sin x\}$.

49. Равен ли тождественно нулю определитель Вронского функций $\{\cos 2x, \sin 2x\}$?

Ответ: нет.

50. Известно, что для функций y_1, y_2 определитель Вронского в точке x_0 равен нулю, а в точке x_1 не равен нулю. Что можно сказать про эти функции?

Ответ: функции y_1, y_2 линейно независимы.