федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
Первый Московский государственный медицинский университет им. И.М. Сеченова
Министерства здравоохранения Российской Федерации
(Сеченовский Университет)

Методические материалы по дисциплине:

Уравнения математической физики

Основная профессиональная образовательная программа высшего образования – программа специалитета.

12.05.01 Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения

1) Методом Даламбера решается одномерная задача Коши для волнового уравнения $u_{tt} = u_{xx} + 6$, $u|_{t=0} = x^2$, $u_t|_{t=0} = 4x$. Решение задачи $u\,(x,t)$.Чему равно $u\,(1{,}2)$. Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 5

2) Методом Даламбера решается одномерная задача Коши для волнового уравнения $u_{tt} = 4u_{xx} + xt$, $u|_{t=0} = x^2$, $u_t|_{t=0} = x$. Решение задачи $u\,(x,t)$.Чему равно $u\,(0{,}1)$. Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 4

3) Методом Даламбера решается одномерная задача Коши для волнового уравнения $u_{tt} = 9u_{xx} + xe^t$, $u|_{t=0} = \sin\,(x)$, $u_t|_{t=0} = 0$. Решение задачи $u\,(x,t)$. Чему равно $u\,(0{,}1)$. Ответ дать в виде целого числа.

Ответ: 0

4) Уравнение гиперболического типа $u_{xx} - 2\,u_{xy} - 3u_{yy} + u_x + u_y = 0$ может быть приведено к канонической форме следующего вида: $u_{\xi\eta} + \alpha u_\xi - \alpha u_\eta = 0$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 2

5) Уравнение гиперболического типа $u_{xx} - 7\,u_{xy} + 10u_{yy} + 4u_x - 5u_y = 0$ может быть приведено к канонической форме следующего вида: $u_{\xi\eta} - \alpha u_\xi - 15u_\eta = 0$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 13

6) Уравнение параболического типа $u_{xx} - 10u_{xy} + 25u_{yy} + 5u_x - 3u_y = 0$ может быть приведено к канонической форме следующего вида: $u_{\eta\eta} - 28u_\xi + \alpha u_\eta = 0$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 5

7) Уравнение параболического типа $u_{xx} - 8u_{xy} + 16u_{yy} + 6u_x - 7u_y = 0$ может быть приведено к канонической форме следующего вида: $u_{\eta\eta} - \alpha u_\xi + 6u_\eta = 0$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 31

8) Уравнение эллиптического типа $u_{xx} - 6u_{xy} + 13u_{yy} - 4u_x + 5u_y = 0$ может быть приведено к канонической форме следующего вида: $u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} + \alpha u_\xi - 8u_\eta = 0$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 17

9) Уравнение эллиптического типа $u_{xx} - 8u_{xy} + 25u_{yy} - 7u_x + 9u_y = 0$ может быть приведено к канонической форме следующего вида: $u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} + 37u_\xi - \alpha u_\eta = 0$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 21

10) Оператор Лапласа в полярных координатах может быть записать в виде:

$$\Delta u(\rho,\varphi) = \frac{\alpha}{3\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}$$

Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 3

11) Решение уравнения Лапласа $\Delta u(\rho,\varphi) = 0$ внутри единичного круга с нулевыми граничными условиями $u(1,\varphi) = 0$ имеет вид $u(\rho,\varphi) = \alpha$. Чему равно α? Ответ дать в виде целого числа.

Ответ: 0

12) Преобразование Лапласа по времени вида $F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\,dt$ для функции $f(t) = 1$ может быть записано в виде $F(s) = \frac{\alpha}{2s}$. Чему равно α? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 2

13) Преобразование Лапласа по времени вида $F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\,dt$ для функции $f(t) = t$ может быть записано в виде $F(s) = \frac{\alpha}{4s^2}$. Чему равно α? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 4

14) Преобразование Лапласа по времени вида $F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\,dt$ для функции $f(t) = \sin(5t)$ может быть записано в виде $F(s) = \frac{1}{s^2+\alpha}$. Чему равно α? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 25

15) Преобразование Лапласа по времени вида $F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\,dt$ для функции $f(t) = cos(5t)$ может быть записано в виде $F(s) = \frac{\alpha s}{s^2+25}$. Чему равно α? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 1

16) Обратное преобразование Лапласа по времени для функции $F(s) = \frac{1}{s^3+s}$ может быть записано в виде $L^{-1}[F] = \alpha - cos(t)$. Чему равно α? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 1

17) Преобразование Лапласа по времени вида $F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\, dt$ для функции $f(t) = e^{3t}$ может быть записано в виде $F(s) = \frac{1}{s-\alpha}$. Чему равно α? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 3

18) Преобразование Лапласа по времени вида $L\left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right] = \int_0^{+\infty} e^{-st} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} dt$ может быть записано в виде $L\left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right] = sU(x) - \alpha u(x,0)$, где $U(x) = \int_0^{+\infty} e^{-st} u(x,t)\, dt$. Чему равно α? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 1

19) Решается смешанная задача для одномерной постановки колебаний закрепленной на концах $x = 0$, $x = 1$ струны $u_{tt} = u_{xx}$, $u|_{t=0} = \frac{1}{8} sin(3\pi x)$, $u_t|_{t=0} = 0$. Решение в точке $x = \frac{1}{2}$ в момент времени $t = \frac{1}{2}$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{1}{2}, t = \frac{1}{2}\right) = \frac{\alpha}{24}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 3

20) Решается смешанная задача для одномерной постановки колебаний закрепленной на концах $x = 0$, $x = 1$ струны $u_{tt} = u_{xx}$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = \frac{1}{3} sin(5\pi x)$. Решение в точке $x = \frac{1}{2}$ в момент времени $t = \frac{1}{2}$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{1}{2}, t = \frac{1}{20}\right) = \frac{\alpha}{60\pi\sqrt{2}}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 4

21) Решается смешанная задача для одномерной постановки колебаний закрепленной на концах $x = 0$, $x = 1$ струны $u_{tt} = u_{xx}$, $u|_{t=0} = \frac{1}{9} cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)$, $u_t|_{t=0} = 0$. Решение в точке $x = \frac{1}{2}$ в момент времени $t = \frac{1}{2}$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{2}{3}, t = \frac{1}{9}\right) = \frac{\alpha}{36}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 2

22) Уравнение малых поперечных колебаний струны, не оказывающей сопротивления изгибу, но сопротивляющаяся растяжению, может быть записано в виде $u_{tt} = a^2 u_{xx}$. Чему равен коэффициент a, если сила натяжения одинаковая в каждой точке струны в любой момент времени и равна 100, а линейная плотность материала струны равно 4? Все параметры заданы в безразмерной постановке. Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 5

23) Уравнение продольных колебаний упругого стержня может быть записано в виде $u_{tt} = a^2 u_{xx}$. Чему равен коэффициент a, если модуль упругости материала равен 800, площадь сечения стержня 2, а линейная плотность стержня 4? Все параметры заданы в безразмерной постановке. Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 20

24) Телеграфное уравнение, если пренебречь омическим сопротивлением и потерями из-за несовершенства изоляции проводов, может быть записано в виде $u_{tt} = a^2 u_{xx}$. Чему равен коэффициент a, если емкость проводника $\frac{1}{4}$, а индуктивность проводника $\frac{1}{9}$? Все параметры заданы в безразмерной постановке. Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 6

25) Уравнение теплопроводности в однородной среде в одномерной постановке может быть записано в виде $u_t = \alpha u_{xx}$. Чему равен коэффициент температуропроводности α, если коэффициент теплопроводности равен 200, плотность вещества 2, а удельная теплоемкость 25? Все параметры заданы в безразмерной постановке. Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 4

26) Решается одномерная задача Коши для уравнения теплопроводности $u_t = 3u_{xx}$, $u_{t=0} = e^{-2x^2}$. Решение задачи в момент времени $t = 1$ и для $x = 5$ $u\,(x = 5, t = 1) = \frac{1}{5}e^{-\alpha}$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 2

27) Решается трехмерная задача Коши для уравнения теплопроводности

$u_t = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$, $u_{t=0} = e^{-2(x-y+z)^2}$. Решение задачи в момент времени $t = 1$ и для точки $(x = 1, y = 3, z = 1)$ $u\,(x = 1, y = 3, z = 1) = \frac{1}{5}e^{-\alpha}$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 8

28) Решается одномерная задача Коши для уравнения теплопроводности $u_t = 3u_{xx} + 2u_x + \frac{4}{3}u$, $u_{t=0} = e^{-\frac{1}{3}x-2x^2}$. Решение задачи в момент времени $t = 1$ и для $x = 5$ $u\,(x = 5, t = 1) = \frac{1}{5}e^{-\frac{\alpha}{3}}$. Чему равно α? Ответ дать в виде натурального числа.

Ответ: 4

29) Решается смешанная задача для одномерной постановки вынужденных колебаний закрепленной на концах $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ струны $u_{tt} = u_{xx} + 3e^{-t}sin\,(x)$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = 0$, $u_x|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0$. Решение в точке $x = \frac{\pi}{6}$ в момент времени $t = \pi$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{\pi}{6}, t = \pi\right) = \frac{\alpha}{4}(1 + e^{-\pi})$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 3

30) Решается смешанная задача для одномерной постановки вынужденных колебаний закрепленной на концах $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ струны $u_{tt} = u_{xx}$, $u|_{t=0} = 2sin\,(3x)$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = 0$, $u_x|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0$. Решение в точке $x = \frac{\pi}{6}$ в момент времени $t = \pi$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{\pi}{6}, t = \pi\right) = -\alpha$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 2

31) Решается смешанная задача для одномерной постановки вынужденных колебаний закрепленной на концах $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ струны $u_{tt} = \frac{1}{64}u_{xx}$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 4sin\,(4x)$, $u|_{x=0} = 0$, $u_x|_{x=\frac{\pi}{8}} = 0$. Решение в точке $x = \frac{\pi}{16}$ в момент времени $t = \frac{\pi}{16}$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{\pi}{16}, t = \frac{\pi}{16}\right) = \alpha$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 4

32) Решается смешанная задача для одномерной постановки вынужденных колебаний закрепленной на концах $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ струны $u_{tt} = u_{xx} + e^{2t} sin\,(4x)$, $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = 0$, $u_x|_{x=\frac{\pi}{8}} = 0$. Решение в точке $x = \frac{\pi}{16}$ в момент времени $t = \pi$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{\pi}{16}, t = \pi\right) = \frac{1}{\alpha\sqrt{2}}\left(e^{2\pi} - 1\right)$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 20

33) Решается смешанная задача для теплопроводности $u_t = \frac{1}{36} u_{xx}$, $u|_{t=0} = 4\sin\,(6x)$, $u|_{x=0} = 0$, $u_x|_{x=\frac{\pi}{12}} = 0$. Решение в точке $x = \frac{\pi}{24}$ в момент времени $t = \pi$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{\pi}{24}, t = \pi\right) = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} e^{-\pi}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 4

34) Решается смешанная задача для теплопроводности $u_t = u_{xx} + t sin\,(2x)$, $u|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=\pi} = 0$. Решение в точке $x = \frac{\pi}{4}$ в момент времени $t = \frac{1}{4}$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{\pi}{4}, t = \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{\alpha}\left(e^{-1}\right)$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа

Ответ: 16

35) Решается смешанная задача для теплопроводности $u_t = \frac{1}{4} u_{xx} + sin\,(2x)$, $u|_{t=0} = 0$, $u|_{x=0} = 0$, $u_x|_{x=2\pi} = 0$. Решение в точке $x = \frac{\pi}{8}$ в момент времени $t = 1$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{\pi}{8}, t = 1\right) = \frac{\sqrt{2}}{\alpha}\left(1 - e^{-1}\right)$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 2

36) Решается смешанная задача для теплопроводности $u_t = u_{xx}$, $u|_{t=0} = 2sin\,(\pi x)$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=1} = 0$. Решение в точке $x = \frac{1}{2}$ в момент времени $t = 1$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{1}{2}, t = 1\right) = \alpha e^{-\pi^2}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 2

37) На полупрямой $x \geq 0$ решается задача для одномерной теплопроводности $u_t = u_{xx}$, $u|_{t=0} = 8\cos\,(2x)$, $u|_{x=0} = 8e^{-4t}$. Решение в точке

$x = \pi$ в момент времени $t = 1$ может быть записано в виде $u\,(x = \pi, t = 1) = \alpha e^{-4}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.
Ответ: 8

38) Вычисленный с помощью функции Грина интеграл $I = \int_0^{2\pi} \frac{3sin(\beta)d\beta}{5-4\cos\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)}$ можно записать в виде $I = -\frac{1}{4}\alpha\pi$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.
Ответ: 4

39) Вычисленный с помощью функции Грина интеграл $I = \int_0^{2\pi} \frac{3cos(\beta)d\beta}{5-4\cos(\beta)}$ можно записать в виде $I = \frac{1}{8}\alpha\pi$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.
Ответ: 8

40) Решается уравнение Лапласа в двумерной области, представляющей собой верхнюю полуплоскость $y \geq 0$. Условие на границе $u|_{y=0} = 7\theta\,(x)$, где $\theta\,(x)$ – функция Хевисайда. Решение в точке $(x = 1, y = 1)$ может быть записано в виде $u\,(x = 1\ , y = 1)\ = \frac{\alpha}{4}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.
Ответ: 21

41) Решается уравнение Лапласа в двумерной области, представляющей собой верхнюю полуплоскость $y \geq 0$. Условие на границе $u|_{y=0} = cos\,(x)$, где $\theta\,(x)$ – функция Хевисайда. Решение в точке $(x = 1, y = 1)$ может быть записано в виде $u\left(x = \frac{\pi}{3}\ , y = 1\right) = \frac{1}{\alpha}e^{-1}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.
Ответ: 2

42) Методом преобразований Фурье вычисляется интеграл $I = \int_0^{\infty} \frac{\xi sin(\xi x)}{25+\xi^2} d\xi$ может быть вычислен и записан в виде $I = \frac{\pi}{2}e^{-\alpha x}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.
Ответ: 5

43) Методом преобразований Фурье вычисляется интеграл $I = \int_0^{\infty} \frac{sin(\xi x)}{4+\xi^2} d\xi$ может быть вычислен и записан в виде $I = \frac{\pi}{4}e^{-\alpha x}$. Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 2

44) Решается уравнение Лапласа $\Delta u\,(r,\varphi) = 0$ в двумерной области внутри круга с условием Дирихле $u\,(1,\varphi) = 4sin^2\,(\varphi)$. Решение задачи в точке $\left(r = \frac{1}{2},\varphi = \frac{\pi}{4}\right)$ может быть записано в виде $u\left(r = \frac{1}{2},\varphi = \frac{\pi}{4}\right) = \alpha$.Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 2

45) Решается уравнение Лапласа $\Delta u\,(r,\varphi) = 0$ в двумерной области внутри круга с условием Дирихле $u\,(1,\varphi) = 2sin^2\,(\varphi) + 4cos^3\,(\varphi)$. Решение задачи в точке $\left(r = \frac{1}{2},\varphi = 0\right)$ может быть записано в виде $u\left(r = \frac{1}{2},\varphi = 0\right) = \frac{\alpha}{8}$.Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 19

46) Решается уравнение Пуассона $\Delta u\,(r,\varphi) = \frac{1}{r^3}$ в двумерной области вне круга круга с условием Дирихле $u\,(2,\varphi) = \frac{7}{2} + sin\,(2\varphi)$. Решение задачи в точке $(r = 4,\varphi = 0)$ может быть записано в виде $u\,(r = 4,\varphi = 0) = \frac{\alpha}{4}$.Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 13

47) Решается уравнение Пуассона $\Delta u\,(r,\varphi) = 7r^2cos\,(3\varphi)$ в двумерной области внутри круга с условием Дирихле $u\,(2,\varphi) = 5 + 18cos\,(3\varphi)$. Решение задачи в точке $\left(r = 1,\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$ может быть записано в виде $u\left(r = 1,\varphi = \frac{\pi}{2}\right) = \alpha$.Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 5

48) Решается уравнение Пуассона $\Delta u\,(r,\varphi) = r$ в двумерной области внутри круга с условием Дирихле $u\,(1,\varphi) = \frac{1}{9} + cos\,(\varphi)$. Решение задачи в точке $\left(r = \frac{1}{2},\varphi = 0\right)$ может быть записано в виде $u\left(r = \frac{1}{2},\varphi = 0\right) = \frac{\alpha}{72}$.Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 37

49) Решается уравнение Пуассона $\Delta u\,(r,\varphi) = rsin\,(2\varphi)$ в двумерной области внутри круга с условием Дирихле $u\,(1,\varphi) = \frac{6}{5}sin\,(2\varphi)$. Решение задачи в точке $\left(r = \frac{1}{2},\varphi = \frac{\pi}{4}\right)$ может быть записано в виде $u\left(r = \frac{1}{2},\varphi = \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\alpha}{40}$.Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 11

50) Решается уравнение Пуассона $\Delta u(r,\varphi) = r sin(2\varphi)$ в двумерной области внутри круга с условием Дирихле $u(1,\varphi) = \frac{6}{5} sin(2\varphi)$. Решение задачи в точке $\left(r = \frac{1}{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}\right)$ может быть записано в виде $u\left(r = \frac{1}{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\alpha}{40}$.Чему равно α ? Ответ записать в виде натурального числа.

Ответ: 11