

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

Первый Московский государственный медицинский университет им. И.М. Сеченова
Министерства здравоохранения Российской Федерации

Институт цифрового биодизайна и моделирования живых систем

Кафедра медицинской и биологической физики

Методические материалы по дисциплине:

Физика, математика

основная профессиональная образовательная программа высшего образования -
программа специалитета

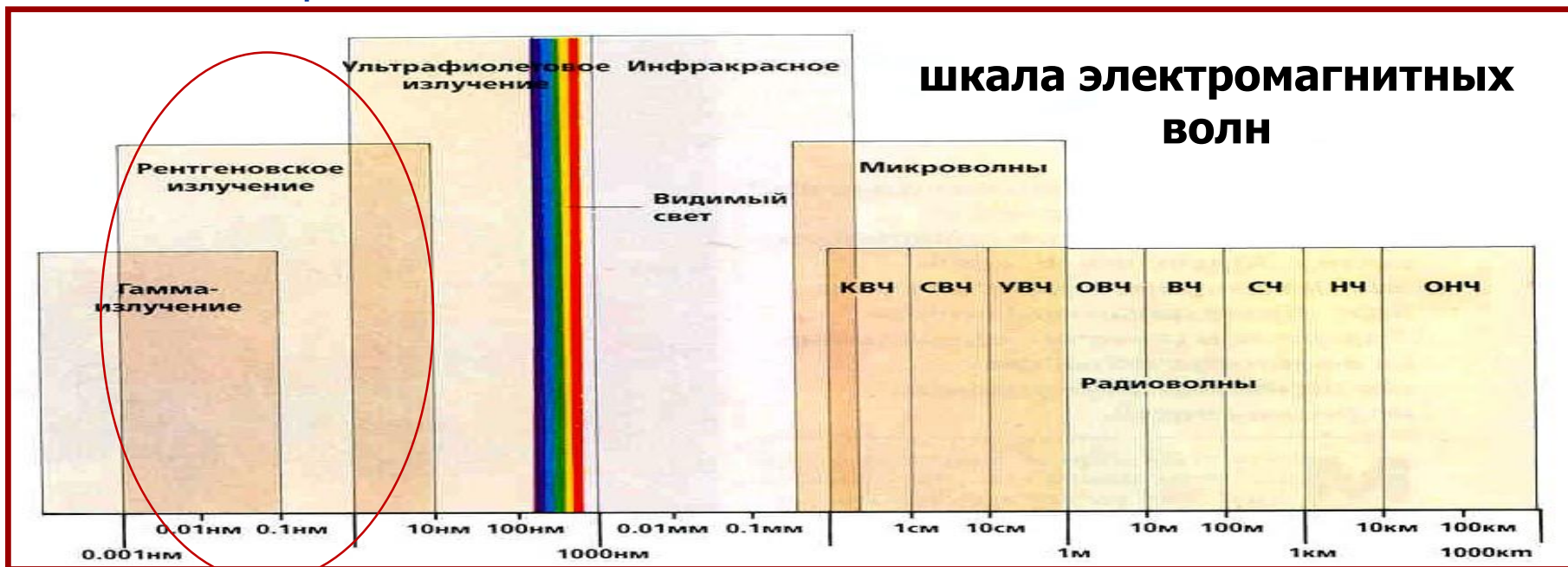
КОД Наименование ОП: 31.05.02 Педиатрия

Рентгеновское излучение

Коплак О.В.

РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

- это электромагнитные волны с длиной волны < 10 нм. $E > 10$ эВ.



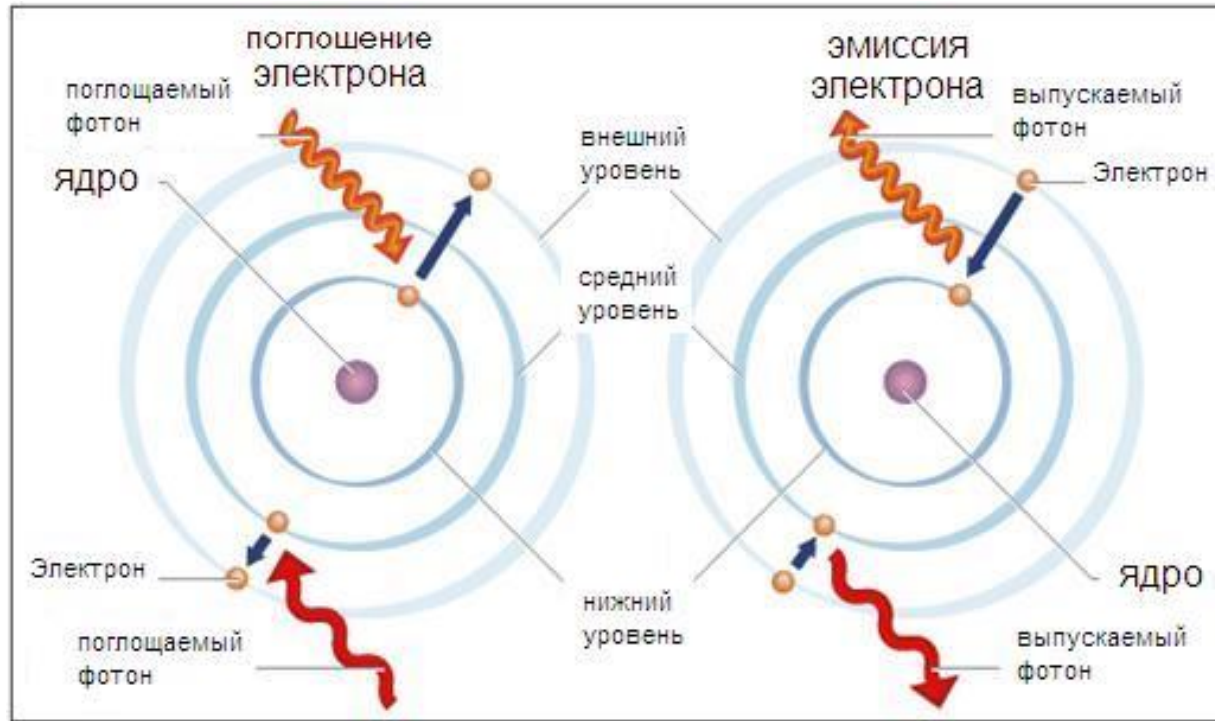
ионизирующее
излучение

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Рентгеновское излучение может быть:

- Жёстким (относительно высокочастотное, коротковолновое $0,01$ нм - 10^{-5} нм). Обладает большой проникающей способностью, мало поглощается веществом.
- Мягким (относительно низкочастотное, или длинноволновое, 80 нм - $0,01$ нм). Хорошо поглощается веществом, обладает малой проникающей способностью.

Рентгеновские лучи имеют много общего с обычным видимым светом. Оба представляют собой поток электромагнитной волнообразной энергии переносимыми частицами, которые называют фотоны. Разница заключается в длине волны.



- Фотоны видимого света и фотоны рентгеновских лучей оба являются продуктом перемещения электронов в атомах. Электроны занимают различные энергетические уровни (орбитали) вокруг ядра атома.
- Когда электрон переходит с высокой орбитали на более низкую, то высвобождается некоторое количество энергии в виде фотонов.
- Объем энергии высвободившихся фотонов зависит от того на сколько перешел электрон. Если фотон столкнется с другим атомом, то атом может поглотить энергию фотона и перевести свой электрон (электроны) на более высокий уровень, если для этого хватит энергии.

ИСТОРИЯ ОТКРЫТИЯ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ



Вильгельм РЕНТГЕН (1845-1923 гг)

в 1895 г. открыл новый вид лучей, названных им Х-лучами и известных теперь как рентгеновские лучи.

Первые рентгеновские снимки –рука жены.

Лаборатория В.Рентгена



**первый рентгеновский снимок
кисти руки жены В.Рентгена**

История открытия рентгеновского излучения

Рентгеновское излучение было открыто Вильгельмом Конрадом Рентгеном **8 ноября 1895 г.** Свое открытие ученый совершил неожиданно: уходя из лаборатории, учёный погасил свет и заметил в темноте зеленоватое свечение, флюоресценцию, исходящую от экрана, покрытого кристаллами платино-синеродистого бария.

Кристаллы отреагировали на воздействие расположенной неподалёку электровакуумной трубки, которая в тот момент находилась под высоким напряжением. При отключении тока свечение экрана прекращалось, а при повторном включении снова возобновлялось. Трубка была обёрнута в чёрную светонепроницаемую бумагу, поэтому Рентген предположил, что при прохождении через неё электрического тока она испускает невидимые лучи, способные проникать через непрозрачные среды и возбуждать кристаллы бария. Эти неизвестные лучи Рентген назвал X-лучами.

28 декабря 1895 учёный представил физико-медицинскому обществу рукопись, содержащую описание открытых им лучей. Этот день вошёл в историю как **официальная дата открытия рентгеновских лучей.**

Вместе с рукописью учёный представил также первую рентгенограмму, сделанную ранее, 22 декабря, на которой была запечатлена рука его жены Берты Рентген. После дискуссии Рентген пригласил председателя общества Альберта фон Кёлликера, сделать снимок его руки с помощью новых X-лучей. Когда готовое изображение было продемонстрировано аудитории, она разразилась оглушительными овациями. Доктор фон Кёлликер предложил назвать новые лучи рентгеновскими. Открытие рентгеновских лучей вызвало широкий резонанс среди учёных всего мира, в том числе и среди российских учёных. В начале января 1896 г. брошюра Рентгена была опубликована. В течение нескольких недель она была переведена на множество языков.

В конце января А. С. Попов изготовил первый рентгеновский аппарат, с помощью которого русские учёные повторили эксперимент Рентгена, сделав в России первую рентгенограмму. Наиболее ценным практическим свойством рентгеновского излучения, нашедшем широкое применение в науке и медицине, оказалась его **способность проникать через непрозрачные тела.** В 1901 г. Вильгельм Рентген был удостоен за своё открытие первой **Нобелевской премии** в области физики.

М. Лауэ предположил, что открытое Рентгеном излучение — это электромагнитное коротковолновое излучение, и в 1912 г. сумел экспериментально показать его дифракцию

Макс фон Лауэ (1879 – 1960)

Немецкий физик, ученик Макса Планка, лауреат Нобелевской премии по физике в 1914 году «за открытие дифракции рентгеновских лучей на кристаллах». Работал в это время в Цюрихе.

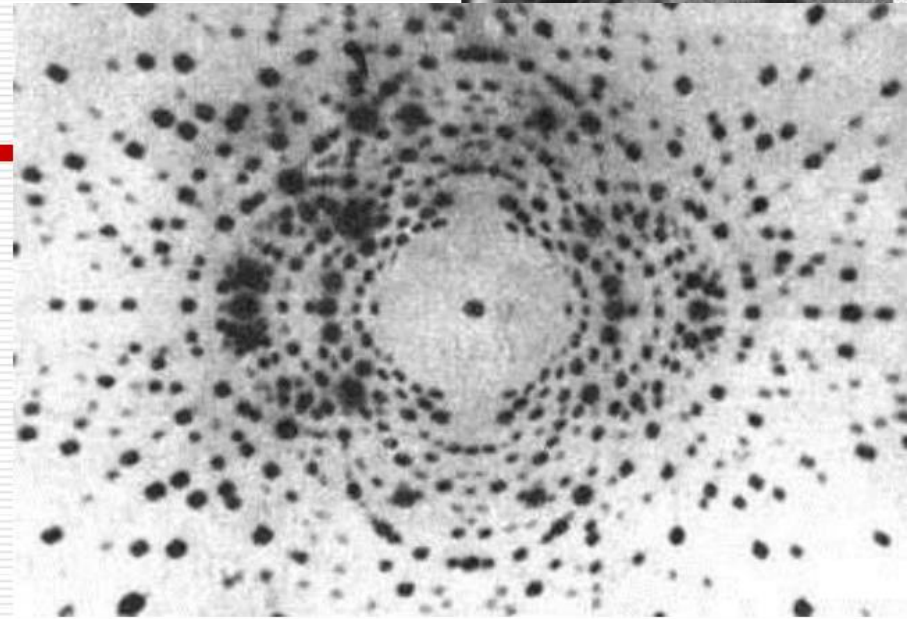
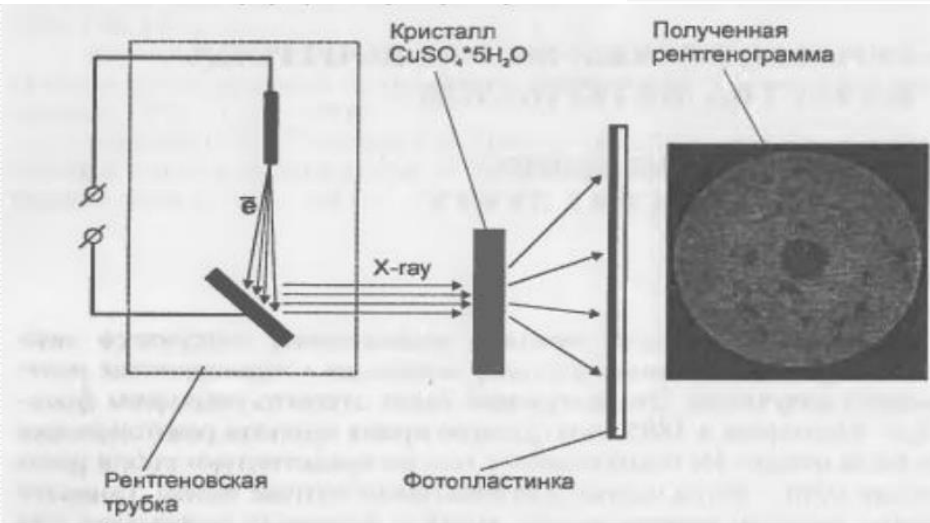


Рис.3. Схема эксперимента Макса фон Лауэ (1912г.). Дифракция рентгеновских лучей на кристалле медного купороса

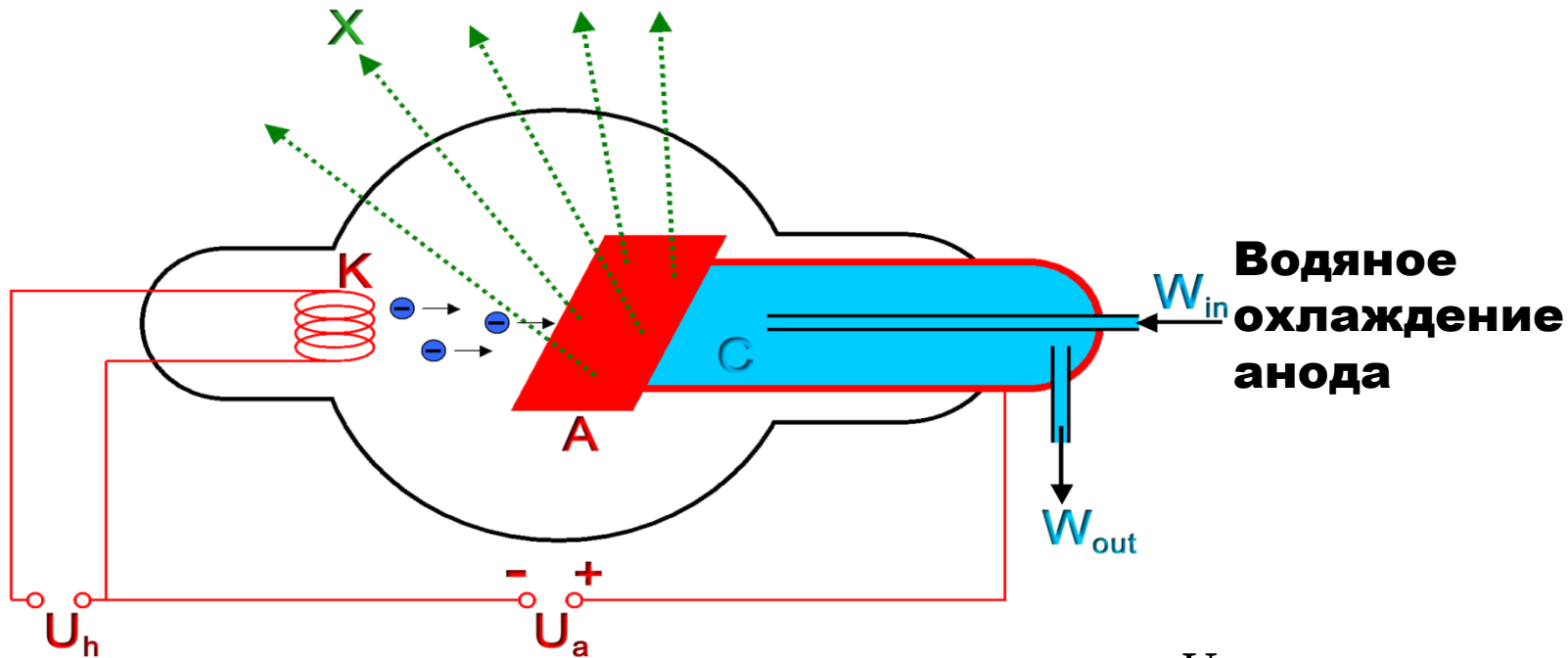
Лауэграмма монокристалла берилла $\text{Al}_2[\text{Be}_3(\text{Si}_6\text{O}_{18})]$, снятая вдоль оси симметрии второго порядка

СВОЙСТВА РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ

1. Вызывают свечение люминофора.
2. Проходят через стекло, бумагу, дерево, эбонит (вещество малой атомной массы). (обладают большой проникающей способностью)
3. Задерживаются свинцом (практически не преломляются).
4. Засвечивают фотоматериалы (вызывают засвечивание фотопластинок и фотопленки,).
5. Не отклоняются в магнитном поле. (электромагнитное поле не оказывает влияния на направление их распространения.)
6. Не заряжены.

Источником рентгеновского излучения является трубка.

КОНСТРУКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКОЙ ТРУБКИ



1. Катод (K) нагревается переменным током (U_h) и испускает электроны. Это явление называется термоэлектронной эмиссией
2. Под действием электрического поля (U_a) электроны (-) движутся к аноду (+) и тормозятся электромагнитными полями его атомов, в результате чего возникает большая часть потока рентгеновского излучения (Φ):

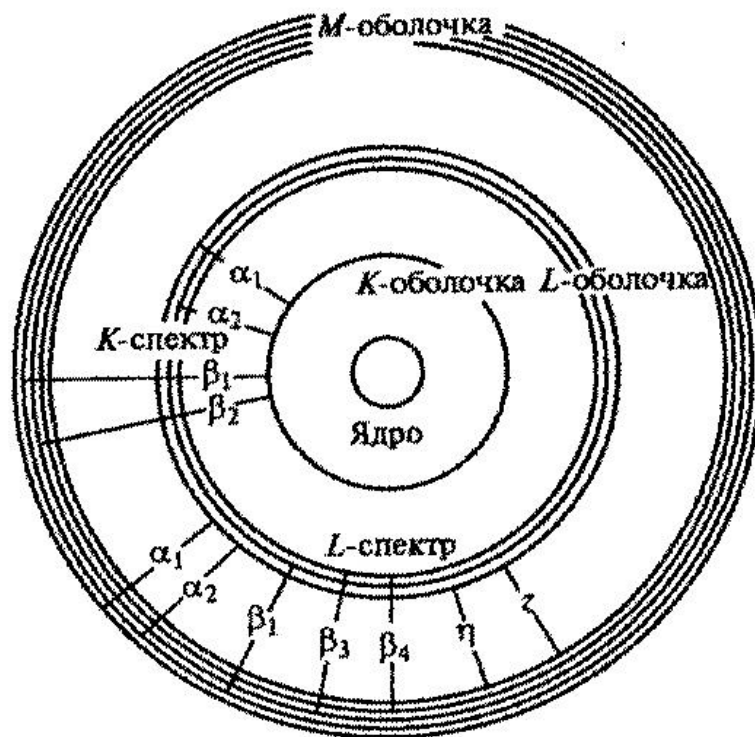
$$\Phi = k \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{сила} \\ \text{тока}}}{I} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{напряжение}}}{U^2} \cdot Z \leftarrow \text{заряд атомов анода}$$

Возникновение рентгеновских спектров

Электроны вращаются вокруг ядра по определенным траекториям. Ближайшую к ядру оболочку называют **K - оболочка**. Более удаленные именуются L-, M -, N - оболочками и т. Электроны **K - оболочки** связаны более прочно, чем электроны **L- оболочки**.

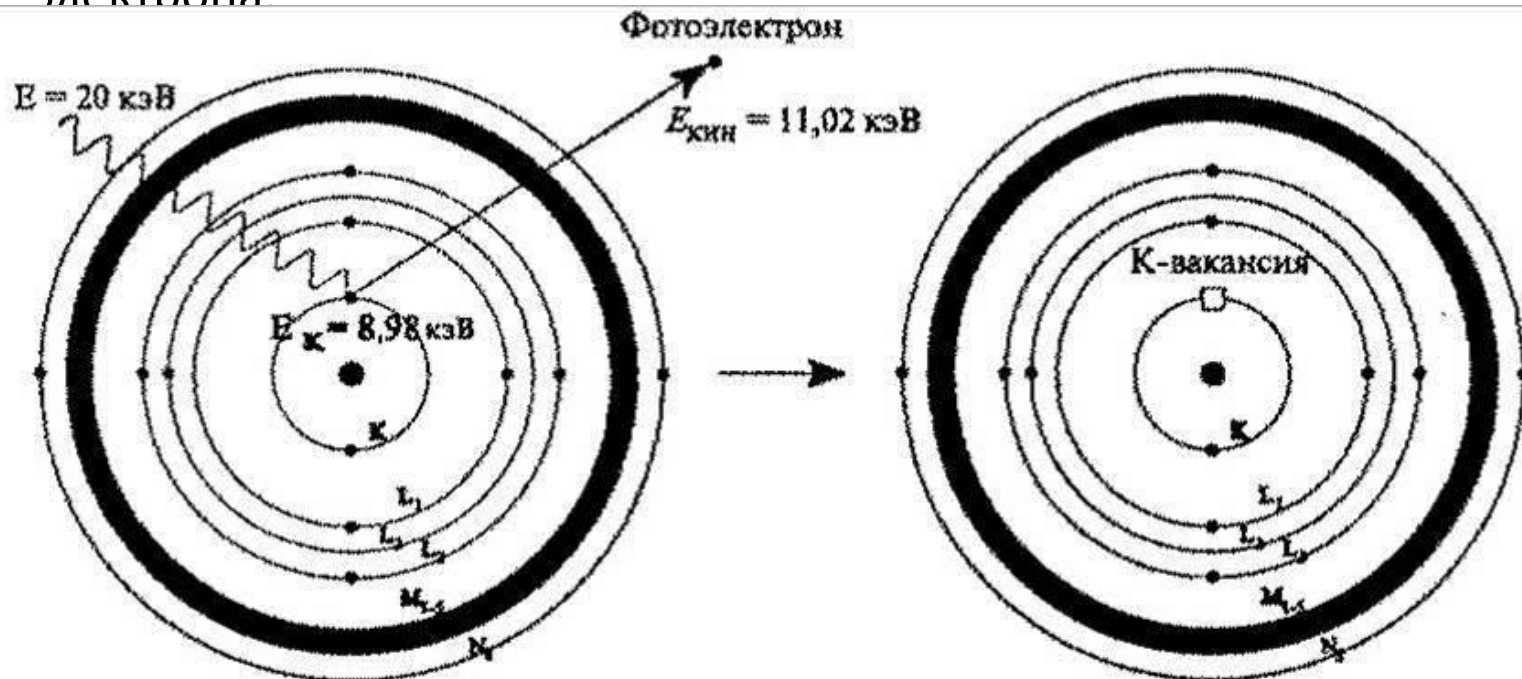
Уровни энергии ионизации в атоме Cu

Подоболочка	K	L ₁	L ₂	L ₃
E, кэВ	8,981	1,102	0,953	0,933



Механизмы электронного возбуждения в рентгеновской спектроскопии

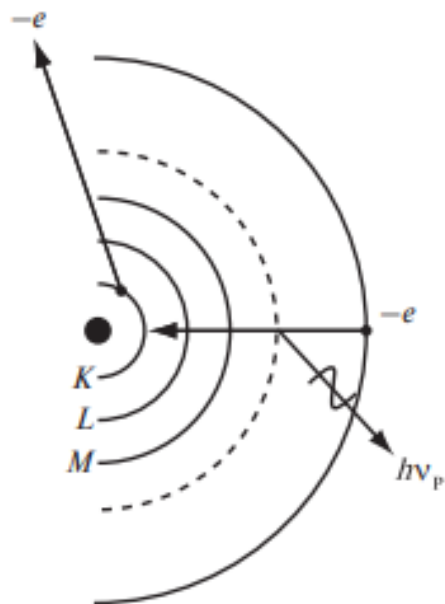
- Фотоэлектронное поглощение может протекать только тогда, когда *энергия фотона* равна или превышает энергию связи электрона.
- Рентгеновский фотон с энергией 20 кэВ может выбивать *K*- или *L*-электроны из *Cu*, однако фотон с 5 кэВ годится только для *L*-электрона



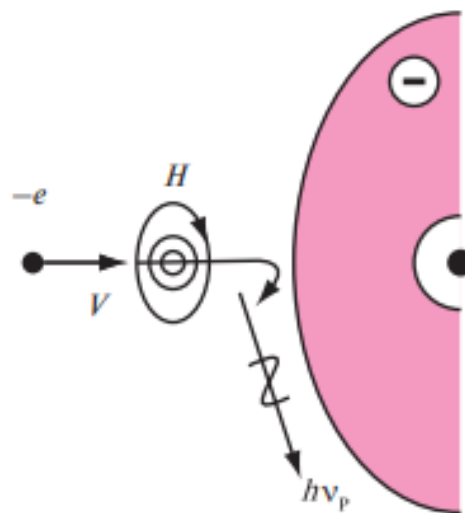
РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

ТОРМОЗНОЕ

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ



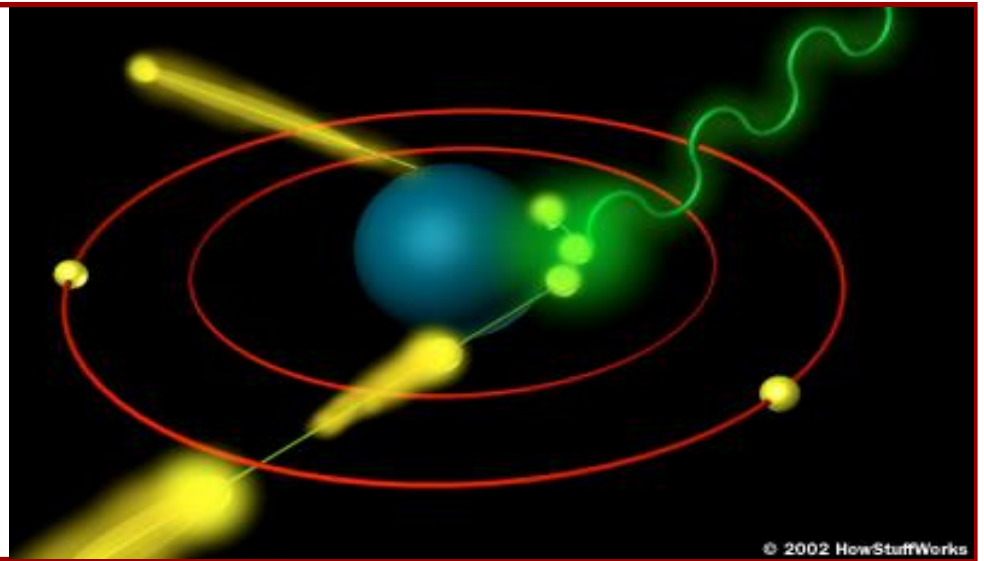
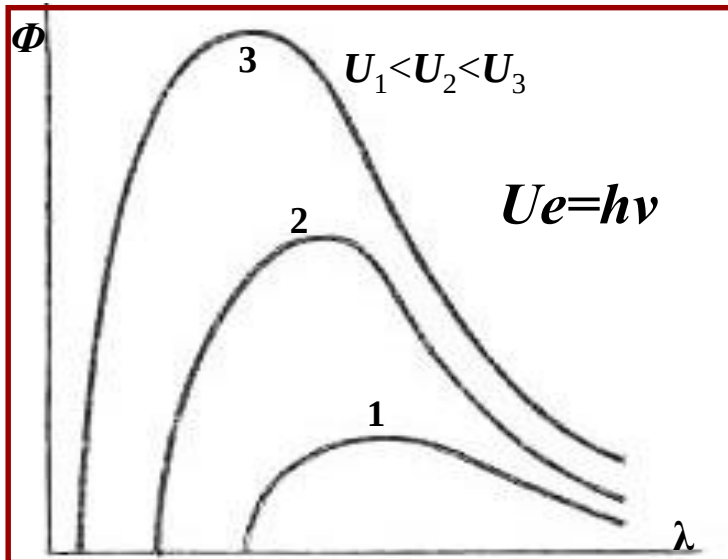
а



б

Рис. 10.1. Схемы возбуждения характеристического (а) и тормозного (б) рентгеновского излучения

ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ



1. Тормозное рентгеновское излучение возникает в результате торможения электрона электростатическим полем ядра атомов вещества анода.
2. Лишь часть энергии идет на создание фотона рентгеновского излучения (~1%), другая часть (~99%) расходуется на нагревание анода.
3. При торможении большого количества электронов образуется непрерывный спектр рентгеновского излучения, т.к. соотношение между кинетической энергией электрона, перешедшей в квант рентгеновского излучения и в теплоту, для каждого электрона случайно.

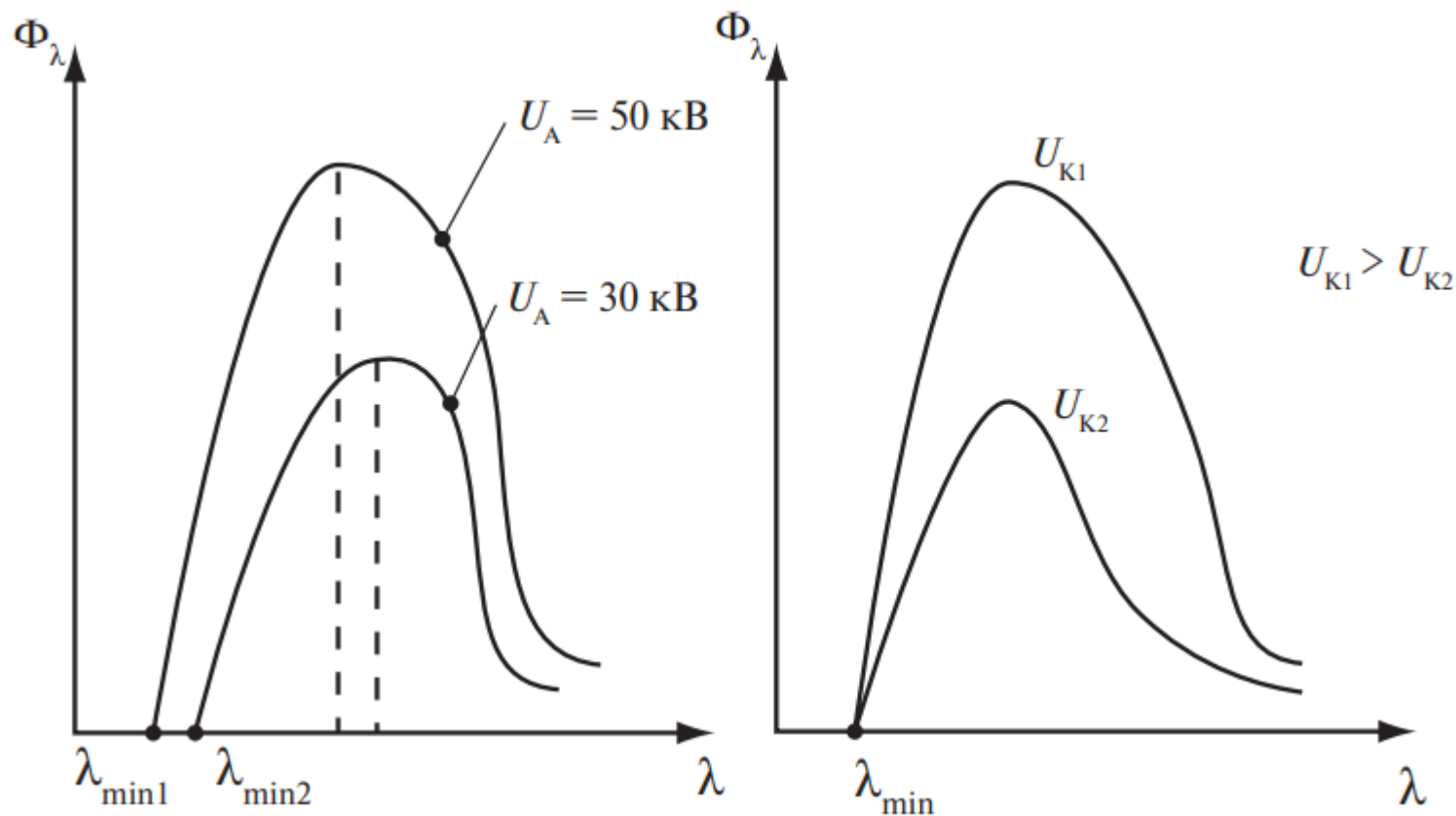
$$A = eU = \frac{mU_1^2}{2} = \frac{mU_2^2}{2} + Q + h\nu$$

где U_1 - скорость электрона перед анодом,

U_2 - скорость электрона после взаимодействия с анодом

Тормозное излучение

При напряжении на аноде 50 кВ электроны разгоняются до 0,5 с — половины скорости света.



Спектр тормозного излучения при разных напряжениях на аноде (а) и при разных напряжениях на катоде (б). По оси ординат — спектральная плотность

Тормозное излучение

Если считать, что вся энергия летящего электрона eU_A превращается в энергию тормозного излучения hc/λ , то можно записать:

$$eU_A = hc/\lambda,$$

где h — постоянная Планка; c — скорость света; λ — длина волны излучения; следовательно:

$$\lambda_{\min} = hc/eU_A.$$

Длина волны тормозного излучения не может быть короче некоторой $\lambda_{\min}$. Эта наименьшая длина волны при данном напряжении анода называется **коротковолновой границей спектра рентгеновского излучения**. С увеличением U_A коротковолновая граница сдвигается в сторону более коротких длин волн

Тормозное излучение

коротковолновая граница спектра
рентгеновского излучения

$$\lambda_{\min} = 1,24 / U_A,$$

где $\lambda_{\min}$ измеряется в нм, а напряжение на аноде U_A в киловольтах.

Изменение напряжения катода изменяет нагрев нити накала, тем самым количество эмитируемых электронов, а следовательно, ток в рентгеновской трубке I .

Поток энергии тормозного излучения Φ :

$$\Phi = kZU_A^2 I,$$

где Z — порядковый номер вещества пластины анода; U_A — напряжение на аноде; I — ток в трубке; k — коэффициент пропорциональности. Увеличение тока в трубке приводит к росту потока рентгеновского излучения.

Увеличение напряжения на аноде U_A делает излучение более жестким и одновременно увеличивается поток излучения Φ .

Увеличение тока I в трубке приводит только к увеличению потока излучения

Что характерно для сплошного излучения?

- ☐ Интенсивность растет с увеличением тока, протекающего через трубку;
- ☐ Коротковолновая граница и длина волны, отвечающая максимуму интенсивности, остаются при этом неизменными;
- ☐ Интенсивность излучения, отвечающая определенной длине волны, растет пропорционально атомному номеру материала анода.

Опасность рентгеновского излучения состоит в том, что короткая длина волны обладает **большой проникающей способностью**.

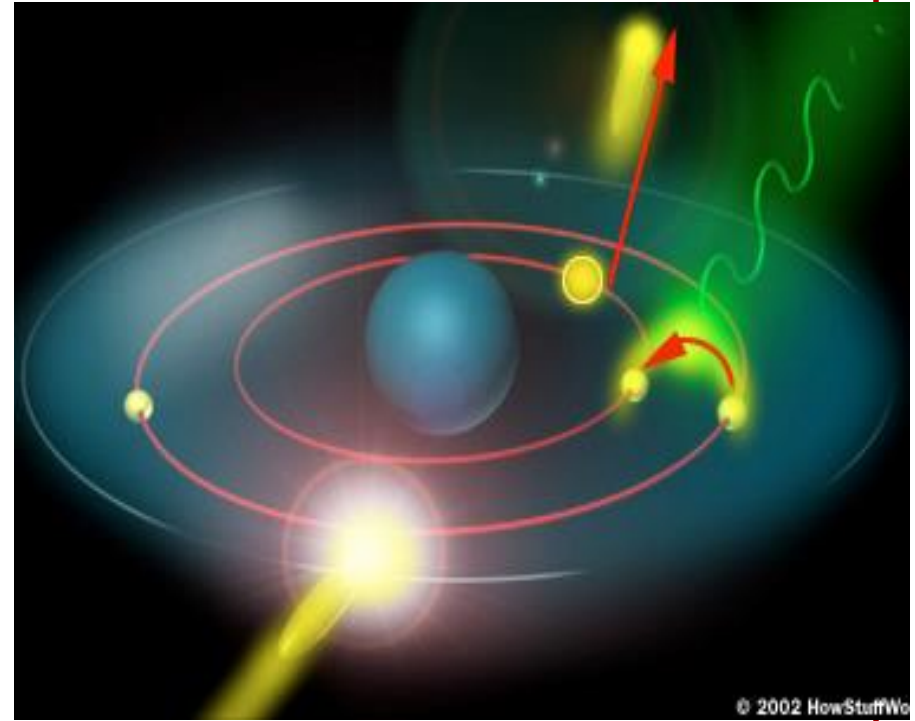
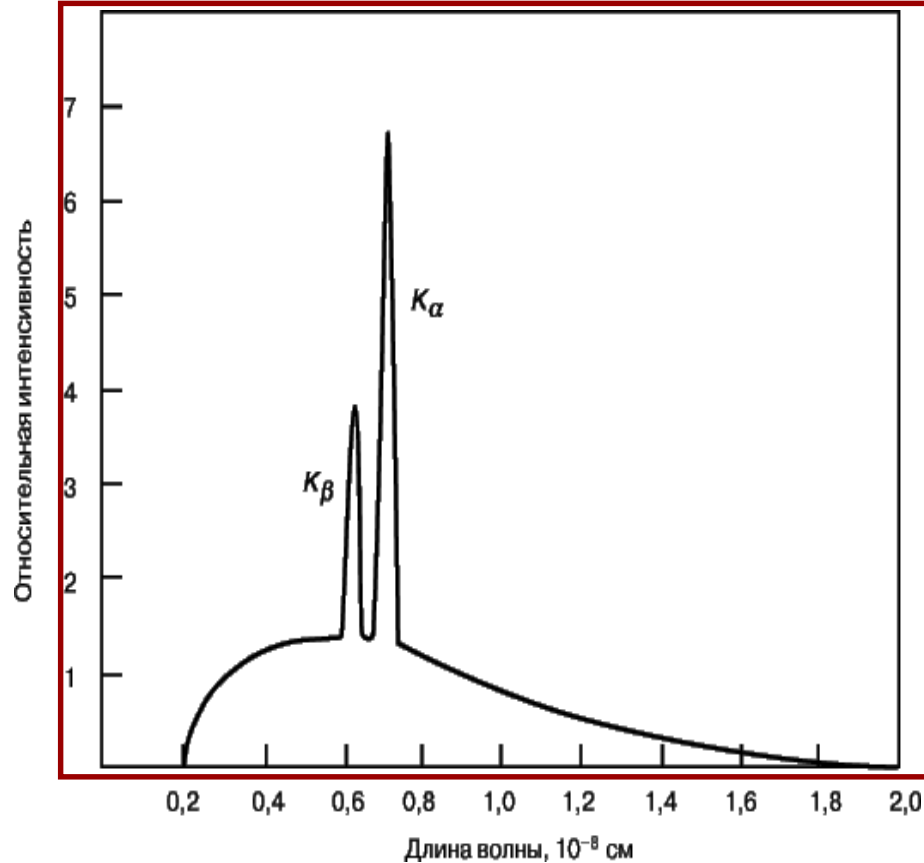
Короткое излучение возникает, когда энергия приобретенная электроном в ускоряющем поле, полностью переходит в энергия фотона:

$$eU = h \nu_{\max} = \frac{he}{\lambda_{\min}} \rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}$$

Или $\lambda_{\min} = \frac{12,3}{U} \text{ м.}$ $\lambda_{\min} = 10^{-10}$

Если увеличить температуру накала катода, то возрастет эмиссия электронов и сила тока в трубке. Это приводит к увеличению числа фотонов рентгеновского излучения.

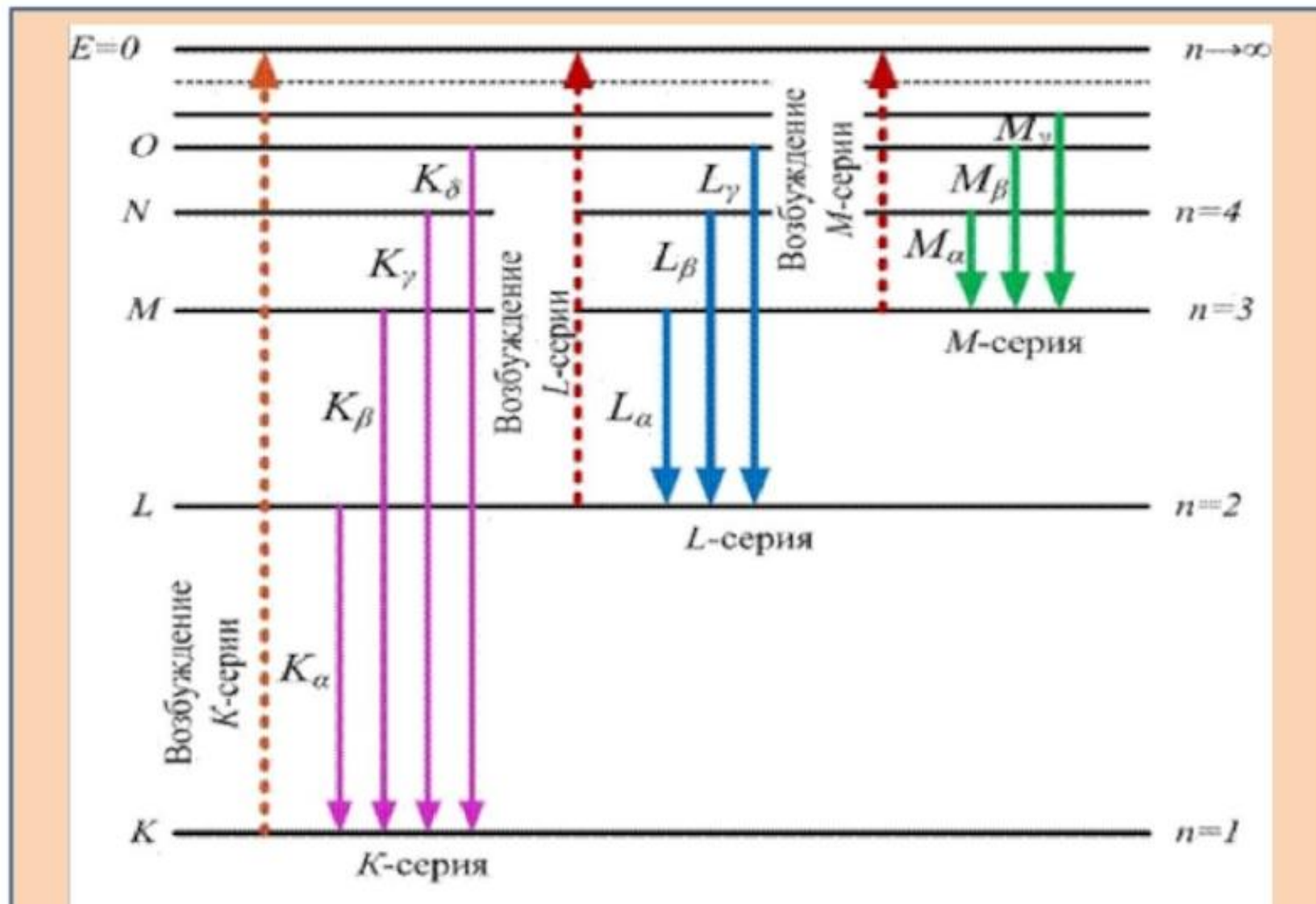
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ



При больших напряжениях на рентгеновской трубке, на фоне сплошного спектра тормозного рентгеновского излучения появляется линейчатый спектр характеристического рентгеновского излучения.

Он возникает, если ускоренные электроны проникают вглубь атома и из внутренних орбиталей выбивают электроны. На свободные места переходят электроны с верхних уровней, в результате, а разность энергий уровней излучается в виде фотонов характеристического рентгеновского излучения.

Схема возбуждения линий характеристического рентгеновского спектра



Рентгеновский спектр

- Поскольку каждый отдельный элемент имеет характеристическую для него *схему энергетических уровней*, то и разности энергий между отдельными оболочками будут абсолютно характеристическими для разных сортов атомов.
- *Характеристический рентгеновский спектр* имеет меньше линий, чем оптические спектры. Это объясняется ограниченным числом энергетических уровней, участвующих в генерации рентгеновских лучей.
- *Рентгеновские спектры* в большинстве случаев никак не зависят от вида химической связи. Их зависимость от номера элемента открыл *английский физик Мозель*, и в его честь соответствующий закон был назван *законом Мозли*.

Закон Мозли

Характеристическое излучение, частоты определяются законом Мозли:

ЗАКОН МОЗЛИ

$$\sqrt{\nu} = A(Z - B), \quad \text{где } A, B = \text{const}, Z - \text{порядковый номер элемента}$$

Характеристические спектры сдвигаются в сторону больших частот с увеличением заряда ядра.

существует прямая связь между энергией E или, соответственно, длиной волны λ линии одной спектральной серии и порядковым номером или зарядовым числом Z излучающего атома:

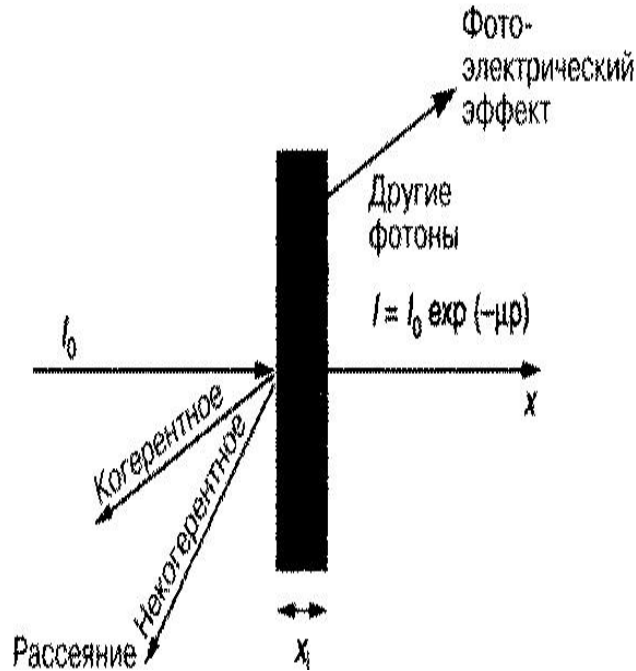
$$\lambda = \frac{K}{(Z - \sigma)^2}$$

Длина волны рентгеновского спектра обратно пропорциональна квадрату зарядового числа атома соответствующего элемента.

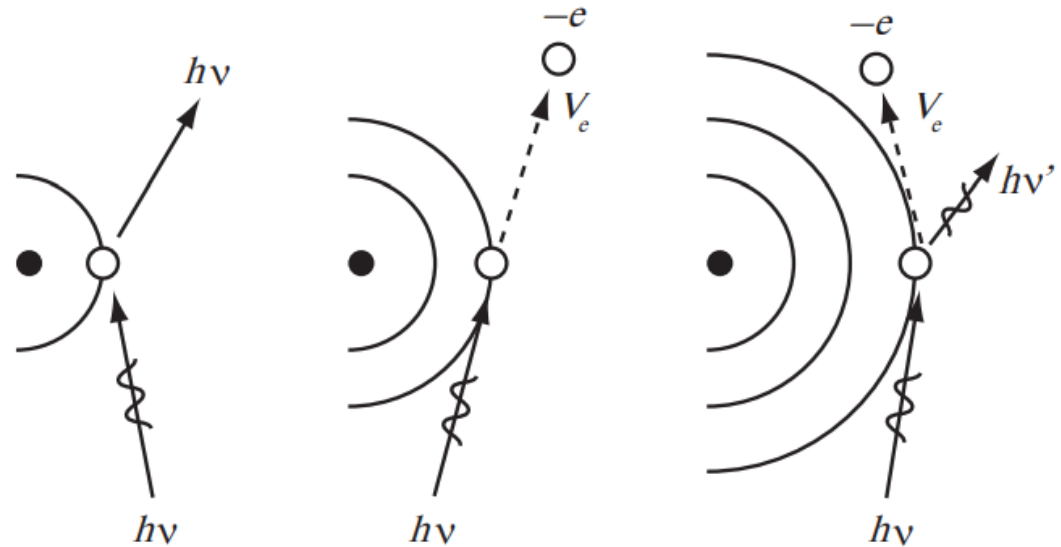
Константа экранирования σ описывает экранирующее действие электронной оболочки относительно ядра. С увеличением Z возрастает и σ , $(Z - \sigma)$ обозначается как **эффективное зарядовое число**.

Таким образом, существует возможность прогнозирования положения линий в рентгеновском спектре. Это есть основа **качественного анализа** (идентификация элементов пробы).

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ



прохождении
рентгеновского
пучка с λ_0 и
интенсивностью I_0



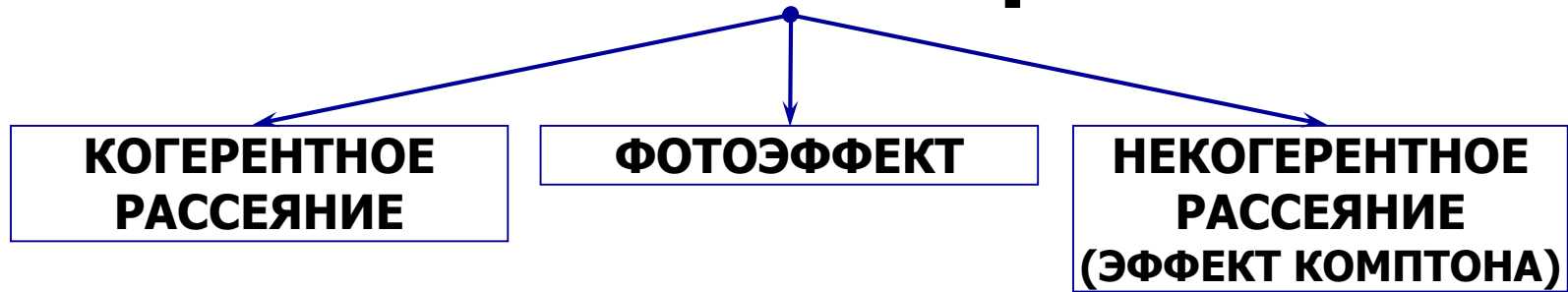
**Схемы взаимодействий
рентгеновского излучения с
веществом:**

а — когерентное рассеяние;

б — фотоэффект;

в — комптон-эффект

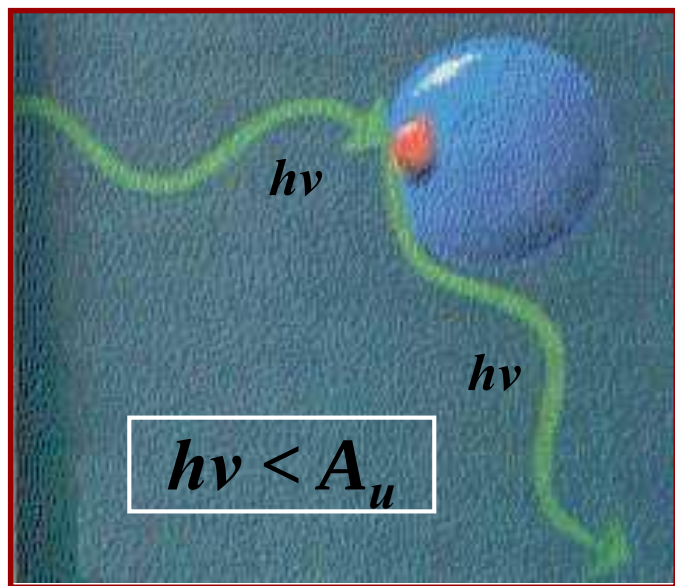
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ



При падении на тело рентгеновского излучения в основном проходит вглубь тела, где, взаимодействуя с электронами атомов вещества, поглощается и рассеивается, и частично проходит через тело насквозь без взаимодействия с ним.

Механизмы поглощения рентгеновского излучения зависят от соотношения между энергией фотона $E=h\nu$ и энергией ионизации A_u – энергией, которая необходима для удаления внутренних электронов за пределы атома или молекулы.

КОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ



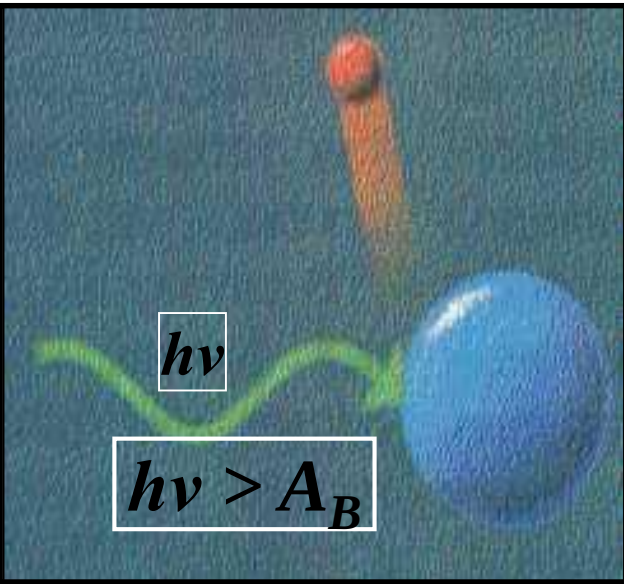
При когерентном рассеянии изменяется только направление распространения рентгеновского излучения (фотона). Используется для рентгеноструктурного анализа – выявления внутренней структуры вещества (расположение атомов и молекул).

Когерентное рассеяние возникает при взаимодействии рентгеновского излучения с электронами внутренних оболочек атома. При этом не возникает ионизация атома. Наблюдается лишь изменение направления излучения без изменения длины волны. Оно наблюдается в тех случаях, когда энергия фотона $h\nu$ меньше энергии ионизации E_i :

$$h\nu < E_i$$

Когерентное рассеяние не вызывает биологического действия в организме

ВНУТРЕННИЙ ФОТОЭФФЕКТ



Если энергия фотона $h\nu$ достаточна для совершения работы выхода электрона A_B : $h\nu > A_B$, то при взаимодействии с ним фотон рентгеновского излучения поглощается, а электрон отрывается от атома и происходит ионизация вещества. Оторвавшийся электрон приобретает кинетическую энергию

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{2} = h\nu - A_B$$

где m и V — масса и скорость выбитого электрона

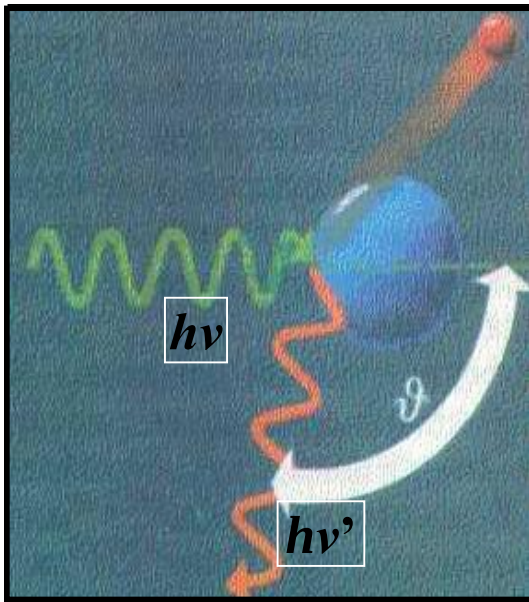
Если кинетическая энергия электрона значительна, то он ионизирует соседние атомы путем соударения (вторичная ионизация).

Если энергия фотона недостаточна для отрыва электрона, то происходит возбуждение атома или молекулы, которое у некоторых веществ приводит к последующему излучению в области видимого диапазона (рентгенолюминесценция), а в тканях организма, к активации молекул и фотохимическим реакциям.

НЕКОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ

Уравнение комптон-эффекта

$$h\nu = E_i + \frac{mV^2}{2} + h\nu'.$$



Если энергия фотона $h\nu$ значительно превышает работу выхода электрона: $E \gg A_B$, то происходит **комpton-эффект** или **некогерентное рассеяние**.

Электрон отрывается от атома (такие электроны называются электронами отдачи), энергия фотона уменьшается, а длина волны соответственно увеличивается; изменяется также и направление движения фотона. Образующееся при этом излучение с большей длиной волны называется вторичным, оно рассеивается по всевозможным направлениям.

При эффекте Комптона, как и при фотоэффекте, наблюдается поглощение рентгеновского излучения веществом, через которое это излучение проходит

Контрольные вопросы и задачи

- 1. При характеристическом рентгеновском излучении идут переходы электронов с внешних энергетических уровней на внутренние оболочки K, L, M. Если считать, что электроны переходят с одного и того же уровня, то при переходе на какой уровень K, L или M возникает излучение с наибольшей энергией фотона? Какому из указанных уровней будут соответствовать самые длинноволновые линии спектра излучения?
- 2. Используя формулы для коротковолновой границы рентгеновского спектра, рассчитайте, при каком минимальном напряжении на аноде возникает рентгеновское излучение.
- 3. В эксперименте установлено, что при напряжении на аноде рентгеновской трубки $U_A = 10$ кВ коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения $\lambda_{\min} = 0,1243$ нм. Найдите по этим данным постоянную Планка.
- 4. Вольфрамовый анод рентгеновской трубки заменили на алюминиевый. Изменится ли при этом поток рентгеновского излучения? А коротковолновая граница спектра?
- 5. Рентгеновская трубка излучает волну с энергией фотона 80 кэВ. Каким образом можно сделать так, чтобы энергия фотонов стала 110 кэВ, а поток излучения остался прежним?

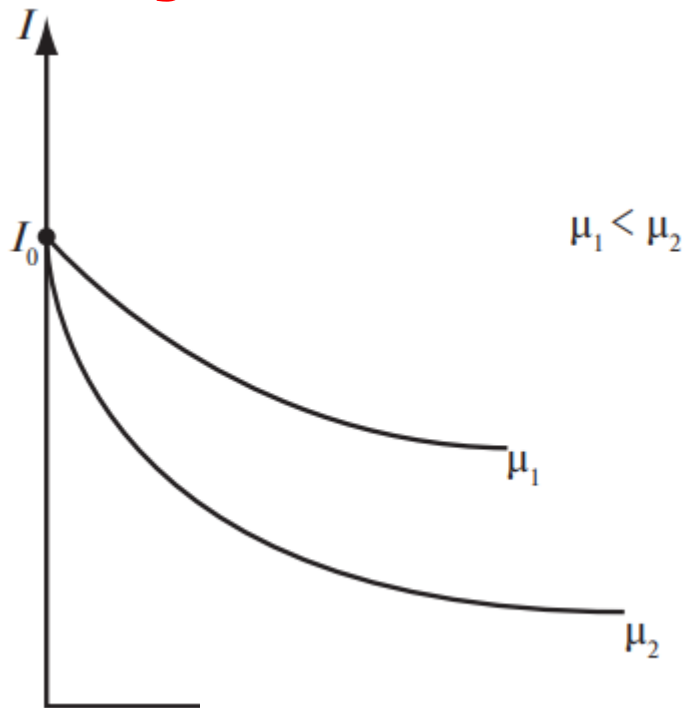
Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом

Методы рентгеновской спектроскопии

- В зависимости от природы *аналитического сигнала*, генерируемого в результате взаимодействия рентгеновского излучения с веществом, различают:
 - *рентгеноэмиссионный анализ (РЭА)*;
 - *электроннозондовый рентгеноспектральный микроанализ (РСМА)*;
 - *рентгенофлуоресцентный анализ (РФА)*;
 - *рентгеноабсорбционный анализ (РАА)*;
 - *рентгеновская фотоэлектронная спектроскопия (РФЭС)*;
 - *оже-электронная спектроскопия (ОЭС)*.
- В *РЭА* анализируемый образец помещают непосредственно на анод рентгеновской трубки. В результате бомбардировки электронами происходит эмиссия рентгеновского излучения с поверхности образца.
- Разновидностью *РЭА* является *РСМА*. В этом методе используют пучок электронов от электронной пушки с энергией 10-30 кэВ и диаметром 1-2 мкм.
- *РСМА* является *методом локального анализа* поверхности.

Интенсивность рентгеновского излучения

уменьшается по мере его прохождения в веществе



Ослабление интенсивности рентгеновского излучения в тканях с различными коэффициентами ослабления μ

$$I_x = I_0 e^{-\mu x},$$

где I_0 — интенсивность падающего излучения; I_x — интенсивность излучения прошедшего слой толщиной X в веществе; μ — линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения.

ПОГЛОЩЕНИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВЕЩЕСТВОМ

В результате взаимодействия с веществом первичный пучок рентгеновского излучения ослабевает. Этот процесс подчиняется **закону Бугера**, согласно которому интенсивность Φ_d рентгеновского излучения, достигающего слоя на глубине d от поверхности однородного вещества, связана с интенсивностью Φ_0 излучения, падающего на поверхность, зависимостью:

$$\Phi_d = \Phi_0 e^{-\mu d},$$

где μ называют линейным коэффициентом ослабления. Он зависит от природы вещества (от плотности ρ и от атомного номера Z) и от длины волны λ (энергии фотона) излучения. Массовый коэффициент ослабления равен отношению линейного коэффициента ослабления к плотности поглотителя и не зависит от плотности вещества:

$$\mu = k \cdot \rho \cdot \lambda^3 \cdot Z^3, \quad \mu_m = \frac{\mu}{\rho}$$

1. **Разные вещества в различной степени поглощают рентгеновское излучение (используется в рентгенодиагностике). Чем больше плотность и атомный номер вещества, тем сильнее оно поглощает излучения (свинец для защиты от излучения, контрастные вещества для увеличения поглощения).**
2. **Жёсткое излучение поглощается хуже, чем мягкое, т.к. поглощение пропорционально λ^3 . Относительно жёсткое излучение применяют в рентгенодиагностике, которая основана на регистрации излучения, прошедшего сквозь тело. Мягкое излучение применяют в рентгенотерапии.**

ПРИРОДА ТЕНЕВОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

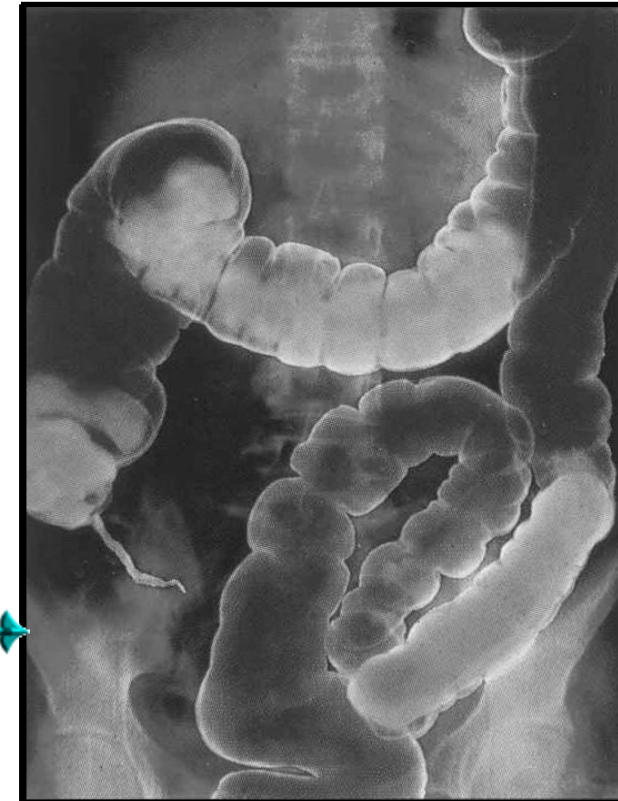
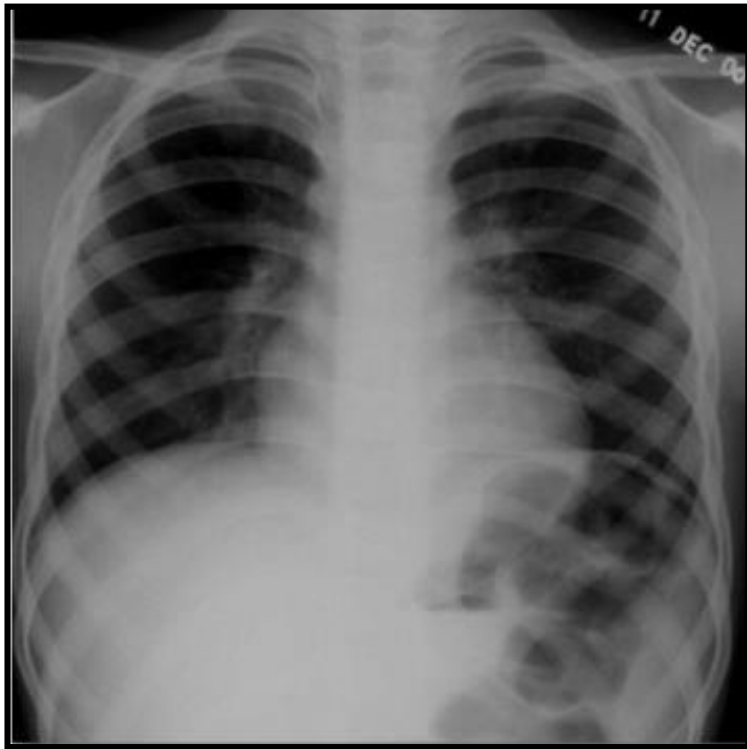
Массовые коэффициенты ослабления $\mu_{\text{мк}}$ кости $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ и $\mu_{\text{мв}}$ мягкой ткани или воды H_2O .

Атомные номера Ca , P , O и H соответственно равны 20, 15, 8 и 1.

Отношение коэффициентов ослабления для кости и мягкой ткани:

$$\Rightarrow \frac{\mu_{\text{мк}}}{\mu_{\text{мв}}} = \frac{3 \cdot 20^3 + 2 \cdot 15^3 + 8 \cdot 8^3}{2 \cdot 1^3 + 8^3} = 68.$$

Кости лучше поглощают рентгеновские лучи, чем вода, из-за разного химического состава



Если исследуемый орган и окружающие ткани примерно одинаково ослабляют рентгеновское излучение, то применяют специальные контрастные вещества. Так, например, наполнив кишечник кашеобразной массой сульфата бария, можно видеть его теневое изображение

Увеличение коэффициентов ослабления или размеров структур, предшествующих очагу, будут способствовать росту теневого эффекта и ухудшению качества рентгеновского изображения.

Увеличение начальной интенсивности рентгеновского излучения I_0 крайне нежелательно, поскольку это неизбежно приводит к возрастанию лучевой нагрузки на пациента.

РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В МЕДИЦИНЕ

В медицине используют рентгеновское излучение с энергией фотонов от 60 до 200 кэВ. Оно взаимодействует с веществом, состоящим из элементов с атомными номерами Z от 8 — мягкие ткани и до 20 — костная ткань. В этих условиях наблюдается и фото-, и комптон-эффекты, доля которых зависит от исходной энергии фотонов. Так, для воды

Энергия фотонов, кэВ	Фотоэффект, %	Эффект Комптона, %
40	75	25
80	50	50
200	1	99

Линейный коэффициент ослабления зависит от плотности вещества, поэтому вводят понятие массового коэффициента ослабления μ_m

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho},$$

где ρ — плотность вещества. Массовый коэффициент ослабления зависит от длины волны рентгеновского излучения λ и атомного номера вещества Z , в котором идет поглощение:

$$\mu_m = K\lambda^3 Z^3.$$

Чем короче длина волны и чем больше энергия фотона, тем больше проникающая способность излучения. Чем выше атомный номер вещества, например костной ткани, по сравнению с мягкой тканью, тем сильнее в нем ослабляется рентгеновское излучение

РЕНТГЕНОДИАГНОСТИКА

РЕНТГЕНОСКОПИЯ

изображение рассматривают
на люминесцирующем экране

РЕНТГЕНОГРАФИЯ

изображение фиксируется на
фотопленке

РЕНТГЕНОВСКАЯ ТОМОГРАФИЯ

(tomo (греч) – слой) полученное цифровое изображение, позволяет
визуально с помощью компьютера, оценить слой, лежащий на
определенной глубине.

сравнение изображений

области таза

грудной клетки

полученных с помощью теневой проекции (а) и томографии (б)

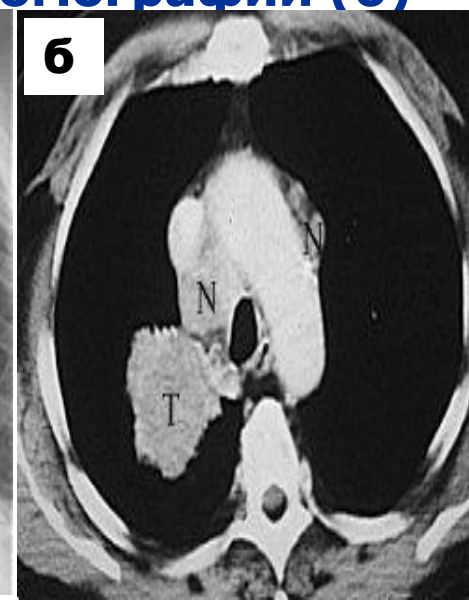
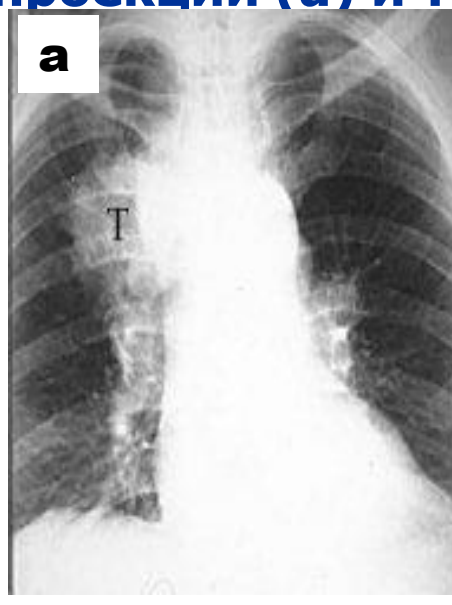
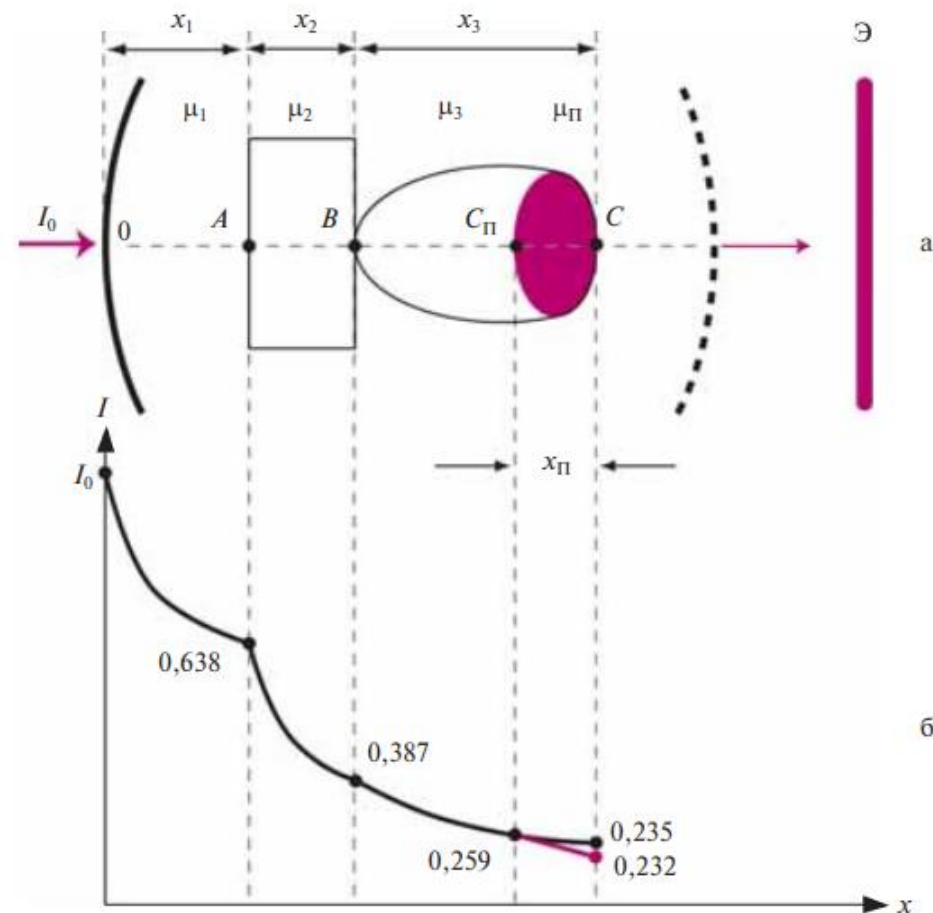


Схема получения изображения при рентгеноскопии



до экрана дойдет рентгеновский луч с интенсивностью $I_{\text{с}}$

$$I_{\text{с}} = I_0 e^{-(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3)}.$$

а — схема расположения органов;
 б — график ослабления интенсивностей в каждом органе: черный — до появления очага, красный после его появления;
 I_0 — интенсивность источника рентгеновского излучения;
 μ_i — показатель линейного поглощения для данной структуры (органа);
 x — линейный размер органа;
 Э — экран (или пленка) рентгеновской установки, буквами показаны границы структур:
 СП–С — патологический очаг.
 От точки С до экрана поглощение не учитывается.

Если предположить, что $\mu_1 = 0,15 \text{ см}^{-1}$ (ткань), $\mu_2 = 0,5 \text{ см}^{-1}$ (кость), $\mu_3 = 0,1 \text{ см}^{-1}$ (орган) и $x_1 = 3 \text{ см}$, $x_2 = 1 \text{ см}$ и $x_3 = 5 \text{ см}$, то значения интенсивностей в граничных точках составят: $I_A = 0,638$, $I_B = 0,387$, $I_C = 0,235$ от начальной интенсивности

Рентгенография. Методика регистрации рентгеновского излучения

Рентгенография — исследование внутренней структуры объектов, которые проецируются при помощи рентгеновских лучей на специальную плёнку или бумагу. Наиболее часто термин относится к медицинскому неинвазивному исследованию, основанному на получении суммационного проекционного изображения анатомических структур организма посредством прохождения через них рентгеновских лучей и регистрации степени ослабления рентгеновского излучения.



Методика регистрации рентгеновского излучения

Получение изображения основано на ослаблении рентгеновского излучения при его прохождении через различные ткани с последующей регистрацией его на рентгеночувствительную плёнку. В результате прохождения через образования разной плотности и состава пучок излучения рассеивается и тормозится, в связи с чем на пленке формируется изображение разной степени интенсивности. В результате, на плёнке получается усреднённое, суммационное изображение всех тканей (тень). Из этого следует что для получения адекватного рентгеновского снимка необходимо проводить исследование рентгенологически неоднородных образований.

Преимущества рентгенографии

- Широкая доступность метода и лёгкость в проведении исследований.
- Для большинства исследований не требуется специальной подготовки пациента.
- Относительно низкая стоимость исследования.
- Снимки могут быть использованы для консультации у другого специалиста или в другом учреждении (в отличие от УЗИ-снимков, где необходимо проведение повторного исследования, так как полученные изображения являются оператор-зависимыми).

Недостатки рентгенографии

- «Замороженность» изображения — сложность оценки функции органа.
- Наличие ионизирующего излучения, способного оказать вредное воздействие на исследуемый организм.
- Информативность классической рентгенографии значительно ниже таких современных методов медицинской визуализации, как КТ, МРТ и др. Обычные рентгеновские изображения отражают проекционное наложение сложных анатомических структур, то есть их суммационную рентгеновскую тень, в отличие от послойных серий изображений, получаемых современными томографическими методами.
- Без применения контрастирующих веществ рентгенография практически неинформативна для анализа изменений в мягких тканях.

Устройство рентгеновских аппаратов

В каждом рентгенодиагностическом аппарате имеются следующие части-агрегаты:

Трансформаторы. В электрической сети идет ток в 127—220 В. Для накала спирали катода имеется понижающий трансформатор, который подает ток от 4 до 14 В. Для питания рентгеновской трубки нужен ток очень высокого напряжения в пределах от 40000 до 250000 В, для преобразования такого тока из сетевого служит повышающий трансформатор.

Кенотроны. Современные рентгеновские аппараты работают на режиме постоянного тока. Для выпрямления переменного тока служат кенотроны-выпрямители.

Просвечивающий экран.

Флюоресцирующий экран — это лист картона 30x40 или 35x35 см, покрытый специальным составом, который при воздействии рентгеновского излучения дает равномерное зеленоватое свечение всей его поверхности. Светящийся состав чаще всего представляет собой активированный серебром люминофор из сульфид-цинк-кадмия

Штатив. Штатив

рентгеновского аппарата это передвижной остов, на котором укрепляются рентгеновская трубка, флюоресцирующий экран, регулятор величины диафрагмы, электронно-оптический преобразователь, приспособление для прицельных снимков и т. д.

Пульт управления.

Столик (пульт) управления служит для пуска аппарата в работу и поэтому на панели монтируют различные выключатели и тумблеры измерительных приборов. Там же расположены многие электроприборы, необходимые для регулирования режима работы рентгеновской трубки.

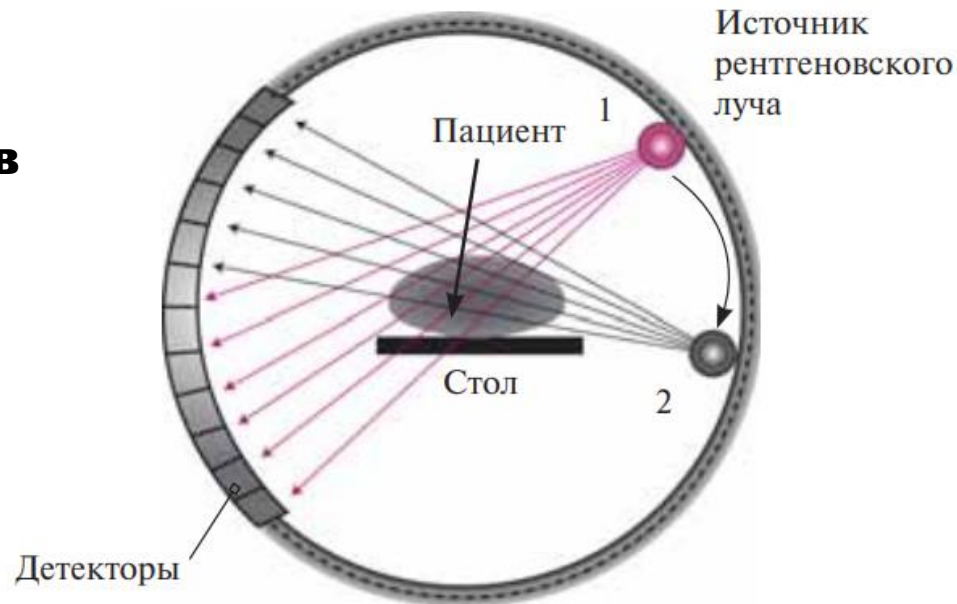


Рентгеновские компьютерные томографы

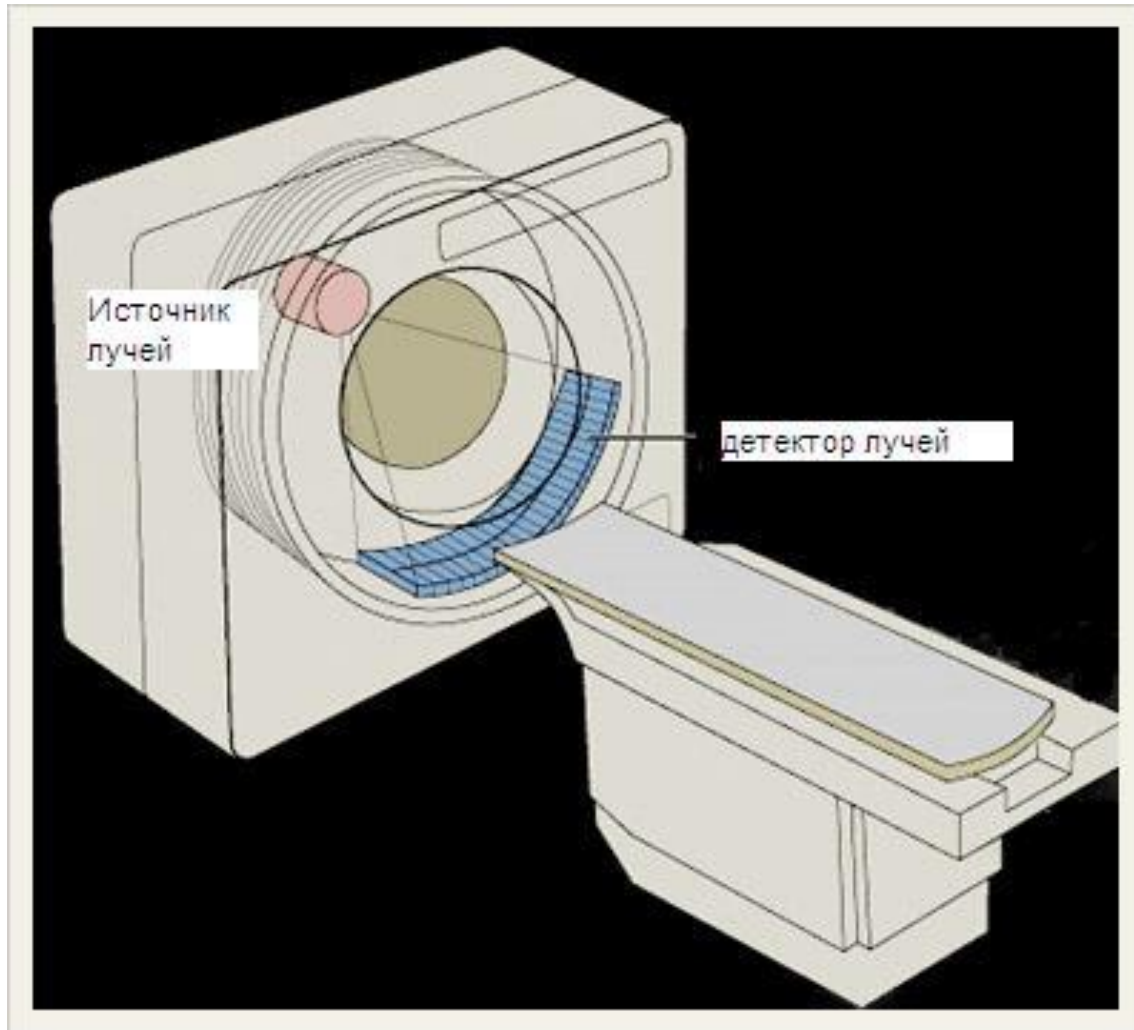
Рентгеновские компьютерные томографы, или просто компьютерные томографы (КТ), — это комплекс аппаратуры, предназначенной для неинвазивного получения послойных изображений внутреннего строения органов человека или организма в целом.

Название «томограф» происходит от греч. **tomos** — слой и **grapho** — пишу. КТ применяют для визуализации внутренних органов и диагностики различных заболеваний.

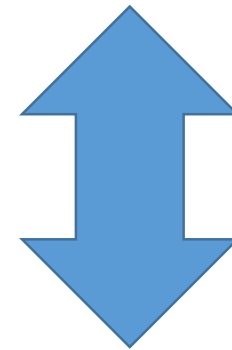
Схема получения изображений в рентгеновском КТ



Проблемы



**необходимость
получения
монохроматического
луча**



**увеличение
чувствительности
детекторов**

Восстановления изображений в рентгеновском компьютерном томографе

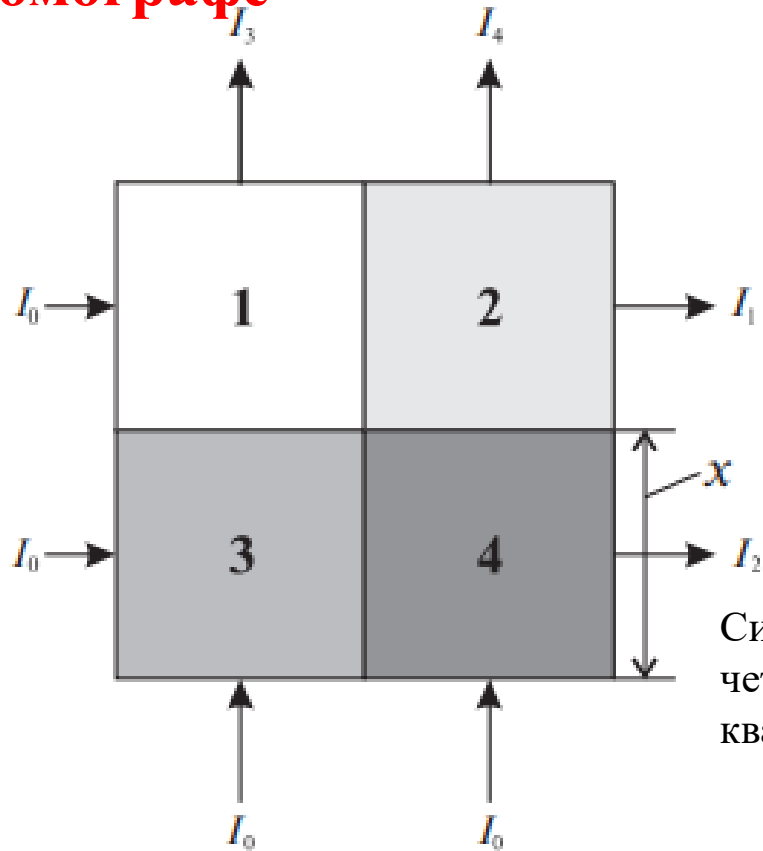


Схема модели восстановления изображений

Каждый из квадратов имеет собственный, отличный от остальных коэффициент ослабления рентгеновского излучения.

Обозначим их соответственно μ_1 , μ_2 , μ_3 и μ_4

Из закона ослабления рентгеновского излучения $dI = -\mu I dx$ можно записать:

$$-\ln I/I_0 = \mu x.$$

I_0 — начальная интенсивность рентгеновского излучения
интенсивности выходящих лучей соответственно

Система из четырех уравнений, описывающих прохождение четырех рентгеновских лучей через соответствующие пары квадратов (фрагментов органа)

$$-\ln I_1/I_0 = (\mu_1 + \mu_2) x;$$

$$-\ln I_2/I_0 = (\mu_3 + \mu_4) x;$$

$$-\ln I_3/I_0 = (\mu_3 + \mu_1) x;$$

$$-\ln I_4/I_0 = (\mu_4 + \mu_2) x.$$

Разным числовым значениям коэффициентов μ отвечают разные яркости точек изображения на экране монитора. «Шкала яркостей» содержит максимальное количество реализуемых на мониторе оттенков яркости. Каждому участку шкалы отвечает некоторая группа близких по числовым значениям коэффициентов: большие коэффициенты - светлые точки, меньшие значениям - темные оттенки и т.д. В результате на мониторе компьютера получали картину, соответствующую внутреннему слою изучаемого органа.

Защита от рентгеновских лучей

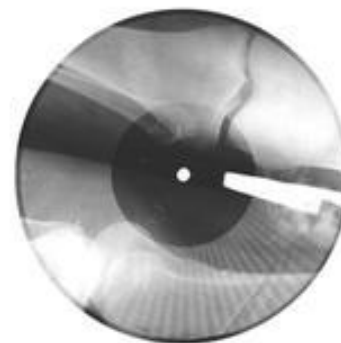
Избыток рентгеновского излучения способен нарушать работу эпителиальных клеток и тканей внутренних органов, поэтому существуют следующие меры защиты от ионизирующего излучения:

Фильтр-пластинка – устанавливается на выходе из вакуумной трубки, чтобы обеспечить поглощение мягких лучей.

Просвинцованный фартук – состоит из резины, внутри которой находятся свинцовые пластины.

Металлический тубус – фиксируется непосредственно на вакуумной трубке, где происходит физическая реакция

Просвинцованное стекло – располагается на передней поверхности экрана, чтобы оградить тело от избыточного количества ионизирующего излучения



Защита внутренних органов от рентгеновского излучения

1. **Защитные экраны** - делаются из свинца или из материала, в котором имеется свинец (фартуки, ширмы, перчатки). Обычные строительные материалы (бетон, кирпич) также достаточно сильно поглощают рентгеновские лучи.
2. **Защита временем** - предусматривает ограниченное пребывание в сфере воздействия рентгеновского излучения.
3. **Защита расстоянием** - как обследуемые, так и персонал должны находиться на максимальном расстоянии от трубки рентгеновского аппарата.



приборы

Это устройства для получения информации о поглощенных и эквивалентных дозах ионизирующих излучений.

К дозиметрическим приборам относятся:



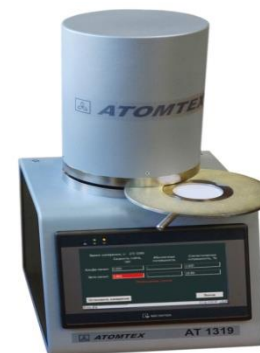
Дозиметр



Рентгенометр



Спектрометр



Радиометр

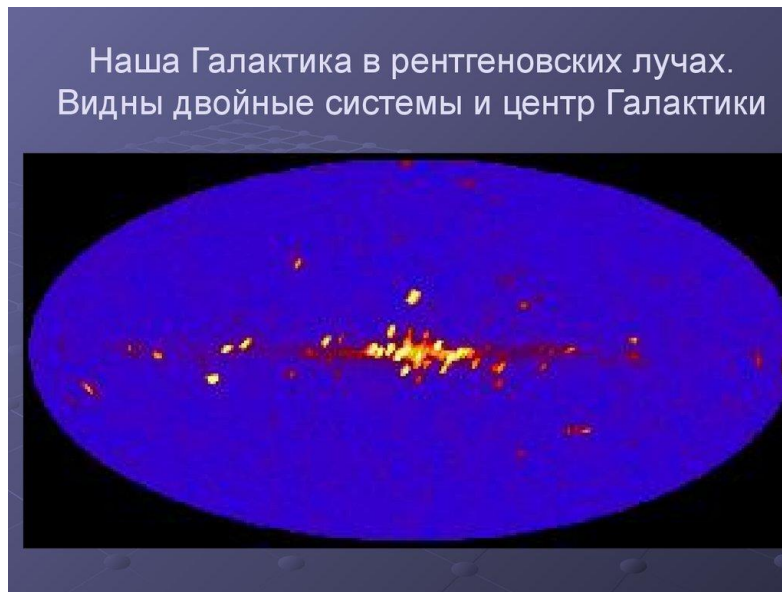
Дозиметрические приборы состоят из воспринимающего устройства, из измерительного и регистрирующего (выходного) устройства и источника энергопитания.

Предназначены для осуществления дозиметрического контроля радиоактивного облучения людей и животных.

«Дозиметрия» тема следующего занятия

Применение рентгеновского излучения. Рентгеновская астрономия

Рентгеновская астрономия - раздел **астрономии**, исследующий космические объекты по их **рентгеновскому** излучению с энергией фотонов от 0,1 до 100 кэВ.



Атмосфера Земли препятствует проникновению РИ до земной поверхности, поглощая рентгеновские фотоны на высотах 100-30 км. В связи с этим первые данные о РИ Солнца были получены при помощи аппаратуры, поднятой на высотных ракетах. В 1948 году с борта геофизической ракеты, поднявшейся на высоту около 100 км, впервые наблюдалось рентгеновское излучение Солнца. Это излучение генерируется самой внешней оболочкой светила - солнечной короной. Температура короны составляет около миллиона градусов. Механизм возбуждения рентгеновского излучения в солнечной короне в основном тепловой - имеющиеся при высокой температуре свободные электроны, пролетая вблизи атомов, ионизируют их, то есть отрывают внешние электроны и "возбуждают" оставшиеся, еще связанные с ядром. Эти электроны по истечении некоторого времени порядка 10^{-14} сек, возвращаются в "невозбужденное" состояние, излучая фотон определенной частоты, разогретый до температур 10^7 – 10^8 К при аккреции вещества в тесных двойных звёздах или в активных ядрах галактик, газ в скоплениях галактик, горячие атмосферы одиночных нейтронных звёзд.

Механизм генерации рентгеновского излучения в этих источниках тепловой. Источником нетеплового рентгеновского излучения могут быть радиопульсары, Солнце во время вспышек и т. д.

Контрольные вопросы и задачи

- 1. Какое физическое явление лежит в основе получения рентгеновских снимков?**
- 2. Начертите графики поглощения интенсивности рентгеновского излучения для двух сред с различными линейными коэффициентами поглощения.**
- 3. Почему изображение внутренних органов человека на рентгеновском снимке негативное?**
- 4. Что такое «теневого эффект» и как он влияет на качество рентгеновского снимка?**
- 5. В чем состоит принципиальное отличие в изображении внутренних органов человека на рентгеновском снимке и томограмме?**
- 6. Каким образом, получая отдельные послойные срезы органа на томограмме, можно получить объемное изображение всего органа на экране монитора?**
- 7. Какие физические величины в уравнении вида: $-\ln I / I_0 = \mu x$ являются известными, какая величина измеряется и какая величина вычисляется в рентгеновском КТ?**

Задача 1

Используя закон Мозли, найти длину волны CrK_α -линии ($Z=24$), если известно, что $\lambda_{\text{NiK}_\alpha}=1.658\text{Å}$ и $\lambda_{\text{SiK}_\alpha}=7.125\text{Å}$. Полученный результат сравнить с табличным.

Решение

Закон Мозли для длины волны характеристического излучения:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \chi(Z - \sigma)$$

Зная атомные номера и длины волн характеристических линий двух элементов, можно определить величины постоянных χ и σ . Используя эти постоянные можно найти длину волны некоторого третьего элемента по

формуле:

$$\lambda = \frac{1}{\chi^2 (Z - \sigma)^2}.$$

Вычисления

Для никеля и кремния запишем:

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1.658}} = \chi(28 - \sigma) \\ \frac{1}{\sqrt{7.125}} = \chi(14 - \sigma) \end{cases}$$

Этой системе удовлетворяют значения $\chi=0.0287$ и $\sigma=0.95$. Подставляя эти значения в конечную формулу, получаем:

$$\lambda = \frac{1}{0.0287^2 (24 - 0.95)^2} = 2.285\text{Å}$$

Задача 2

Какова наиболее короткая длина волны рентгеновского излучения, испускаемая экраном телевизионной трубки под действием пучка электронов, обеспечивающего изображение? Напряжение на телевизионной трубке 10 кв.

Возникающее на экране тормозное рентгеновское излучение имеет коротковолновую границу, которая определяется энергией падающих электронов: $h\nu = hc/\lambda = eV$, где λ - длина волны возникшего излучения, а V - потенциал, ускоряющий электроны. Следовательно, $\lambda = hc/eV$. Если потенциал брать в киловольтах, а длины волн получать в ангстремах, то

$$\lambda = 12,4/V.$$

Для нашего случая $\lambda = 12,4 / 10 = 1,24 \text{ \AA}$.

Задача 3

Определить толщину слоя железа ($Z=26$) и свинца ($Z=82$), ослабляющего в 100 раз интенсивность рентгеновского излучения молибдена ($\lambda_{\text{MoK}\alpha}=0,710\text{\AA}$; $\rho_{\text{Fe}}=7,86\text{г/см}^3$; $\rho_{\text{Pb}}=11,34\text{г/см}^3$).

Решение

Ослабление рентгеновского излучения определяется формулой

$$I_x = I_0 \exp(-\mu_x x) \quad (1)$$

где μ_x - линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения, который выражается через массовый коэффициент μ_m как:

$$\mu_x = \rho \times \mu_m,$$

где ρ - плотность образца.

Решая (1) относительно толщины x и заменяя μ_x на μ_m , получаем:

$$x = \frac{\ln I_0 / I_x}{\rho \mu_m}$$

Вычисления

$$1) \text{ Для } Fe: \quad x_{Fe} = \frac{\ln 100}{7,86 \times 39,1} = 0,015 \text{ см} = 0,15 \text{ мм}$$

$$2) \text{ Для } Pb: \quad x_{Pb} = \frac{\ln 100}{11,34 \times 130} = 0,0031 \text{ см} = 0,03 \text{ мм}$$

Массовые коэффициенты ослабления, использованные в расчетах, были найдены по Справочнику М.А. Блохина и И.Г. Швейцера.

Таким образом, толщины 100-кратного ослабления излучения с длиной волны $\lambda=0,71\text{\AA}$ составляют десятые и сотые доли миллиметра. При этом свинец ослабляет это излучение примерно в 5 раз сильнее.

Задача 4

Почему перед проверкой рентгеновскими лучами желудочно-желудочного тракта пациент пьет суспензию сульфата бария (BaSO_4)? Ответ подтвердить оценочным расчетом, предполагая, что используемая длина волны рентгеновского излучения примерно соответствует $\text{W}_{\text{K}\alpha}$ - линии.

Решение

Коэффициент поглощения рентгеновского излучения пропорционален четвертой степени атомного номера поглощающего элемента. Барий, входящий в состав сульфата, имеет высокий атомный номер ($Z = 56$), который намного превосходит атомные номера элементов, формирующих мягкие ткани тела (кислород, углерод, азот). Поэтому при просвечивании рентгеновским излучением желудочно-кишечного тракта получается контрастная картина.

Вычисления

Подтвердим сказанное оценочным расчетом. Содержание бария в BaSO_4 : $137.3 / (137.3 + 32.1 + 16 \times 4) \approx 0.59$, т.е. примерно 60%.

Пренебрегая поглощением излучения в сере и кислороде этого соединения, оценочная величина массового коэффициента поглощения для $\text{W}_{\text{K}\alpha}$ - линии оказывается $\mu_{\text{BaSO}_4} = 0.6 \times 8.68 = 5.2 \text{ см}^2 \text{ г}^{-1}$. Массовый коэффициент поглощения в углероде $\mu_{\text{C}} = 0.18 \text{ см}^2 \text{ г}^{-1}$ (для кислорода и азота величины массового коэффициента сильно не отличаются от приведенной величины). Таким образом, массовые коэффициенты для BaSO_4 и для мягких органических тканей различаются почти в 30 раз.

Задача 5

Используя формулу Комптона для уменьшения длины волны, найти приближенное выражение для потери энергии ΔE рентгеновских фотонов при некогерентном их рассеянии

Формула Комптона для уменьшения длины волны не когерентно рассеянного под углом θ рентгеновского излучения имеет вид:

$$\Delta\lambda = 0.024(1 - \cos\theta); \quad (1)$$

длина волны рентгеновского излучения связана с энергией его квантов соотношением:

$$\lambda = \frac{hc}{E}.$$

Если λ измерять в $\text{\AA}$, а энергию E - в кэВ, то

$$\lambda[\text{\AA}] = \frac{12.398}{E[\text{кэВ}]}$$

Приближенная зависимость для соотношения ΔE и $\Delta\lambda$ может быть получена дифференцированием последнее выражение по λ , если $\Delta\lambda$ много меньше λ . Поскольку последнее условие соблюдается не всегда, то полученный результат следует считать приближенным:

$$\Delta\lambda \approx -\frac{12.398}{E^2} \Delta E, \quad (2)$$

где знак минус свидетельствует о том, что длина волны убывает с ростом энергии квантов. Нас интересуют абсолютные значения потери энергии, поэтому знак можно опустить.

Из (2) получаем:

$$\Delta E \approx \frac{E^2}{12.398} \Delta\lambda.$$

Или, подставляя значение $\Delta\lambda$ из уравнения (1), имеем:

$$\Delta E \approx 1.9355 \times 10^{-3} \times E^2 \times (1 - \cos\theta). \quad (3)$$

Т.е. уменьшение энергии квантов при их некогерентном рассеянии пропорционально квадрату этой энергии. При этом коэффициент пропорциональности есть величина, обратная энергии покоя для электрона ($mc^2 = 512$ кэВ). Поэтому уравнение (3) можно переписать как:

$$\Delta E \approx \frac{E^2(1 - \cos\theta)}{mc^2}$$

Точное значение потери энергии ΔE фотона при комптоновском рассеянии определяется выражением:

$$\Delta E = \frac{E^2(1 - \cos\theta)}{mc^2 + E(1 + \cos\theta)} \quad (4)$$

Выражение (3) получается из (4) при $E \ll mc^2$, т.е. при большой длине волны рассеянного излучения.

Вычисления

Выполним расчет для $\text{MoK}\alpha$ - линии ($E = 17.5$ кэВ).

1) Приближенный вариант:

$$\Delta E = 1.9355 \times 10^{-3} \times 17.5^2 \times (1 - \cos 90^\circ) = 0.593 \text{ кэВ}$$

2) Точный расчет:

$$\Delta E = \frac{17.5^2(1 - \cos 90^\circ)}{512 + 17.5(1 - \cos 90^\circ)} = 0.578 \text{ кэВ}$$

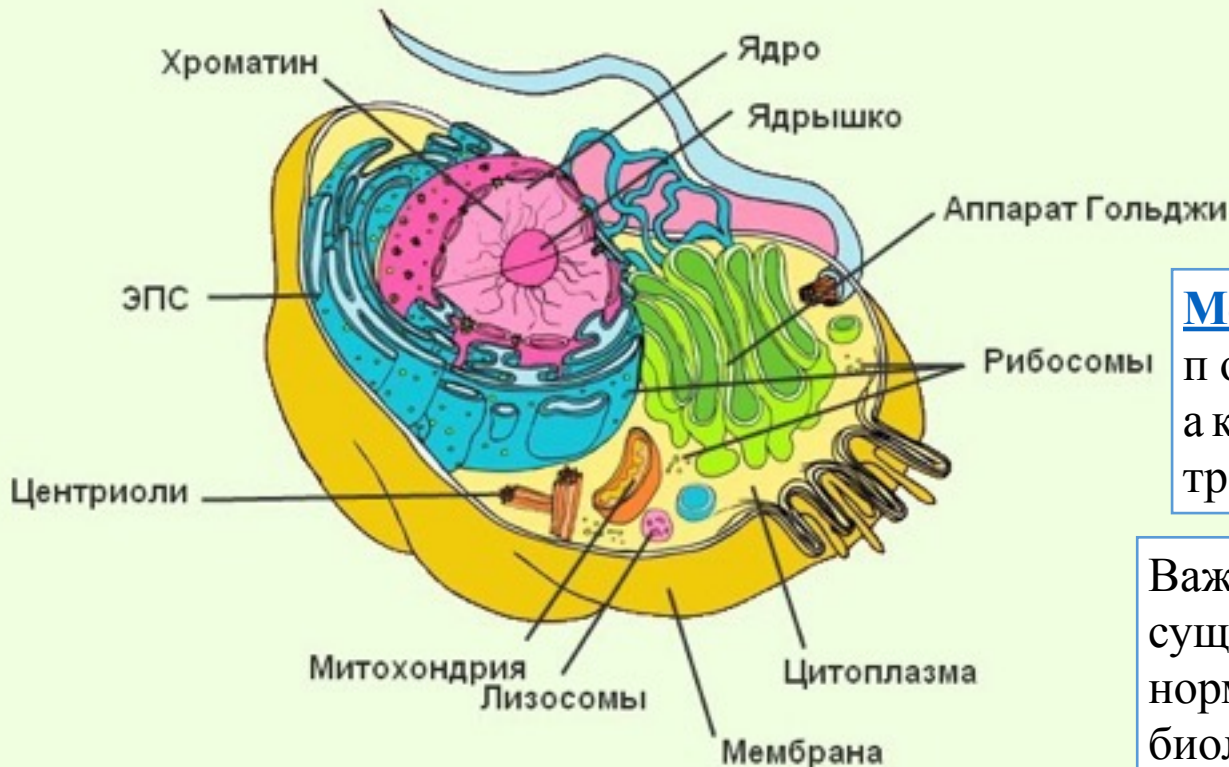
БИОФИЗИКА КЛЕТКИ

Коплак О.В.

СТРУКТУРА И ФУНКЦИИ БИОЛОГИЧЕСКИХ МЕМБРАН

Клеточная мембрана — это ультратонкая пленка на поверхности клетки или клеточной органеллы, состоящая из бимолекулярного слоя липидов со встроенными белками и полисахаридами

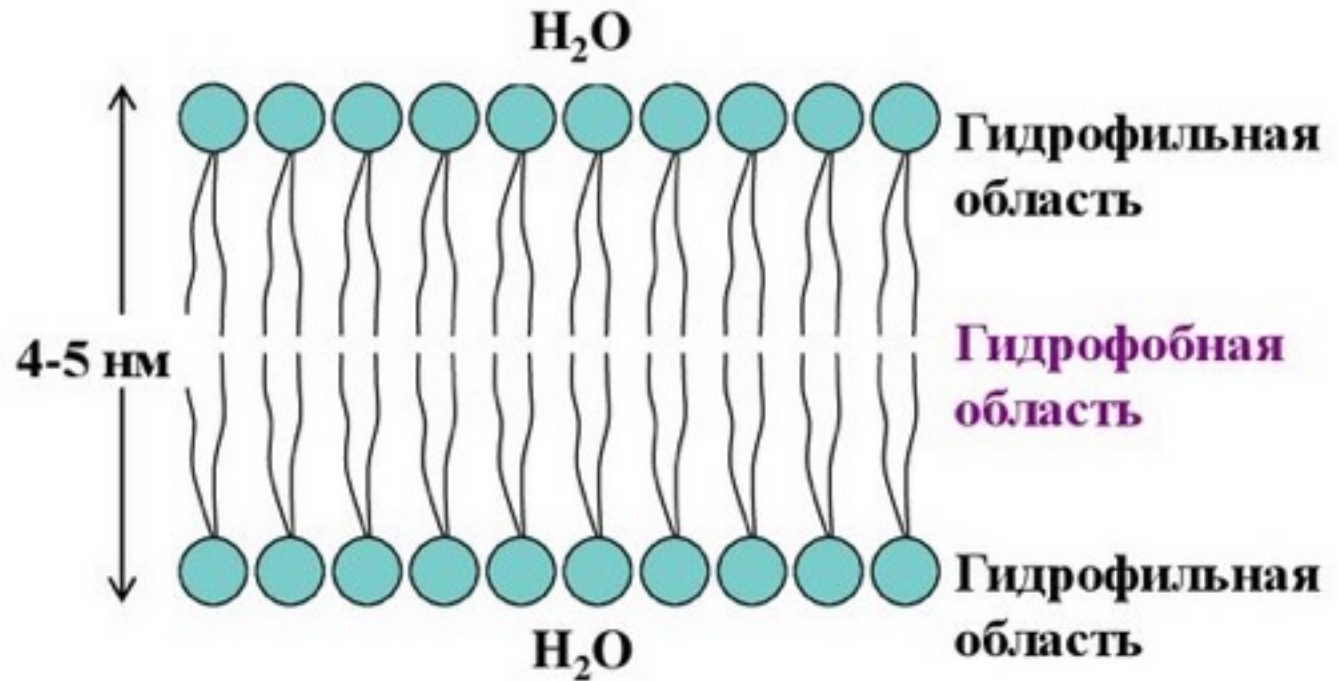
Строение животной клетки



Мембрана клетки — защита, поддержание формы, активный и пассивный транспорт веществ.

Важнейшее условие существования клетки — нормальное функционирование биологических мембран

Липидный бислой – структурная основа биологических мембран клетки



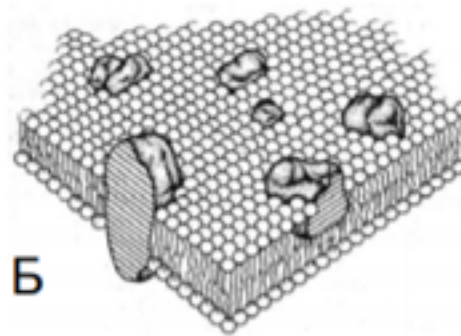
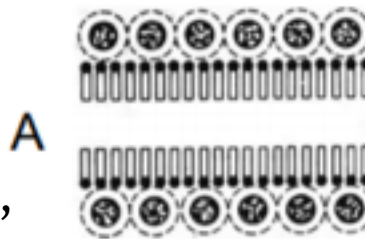
- Мембранные липиды формируют плоский бимолекулярный липидный слой (бислой)

Модель строения биологических мембран

Термин "мембраны" как окружающей клетку невидимой плёнки, служащей барьером между содержимым клетки и внешней средой и одновременно полупроницаемой перегородкой, через которую могут проходить вода и некоторые растворенные в ней вещества, был впервые использован, по-видимому, ботаниками фон Модем и независимо К. фон Негели (1817-1891) в 1855 г. для объяснения явлений плазмолиза

на поверхности фосфолипидного бислоя в мембранах располагаются белки

продержалась в биологии
течении почти 40 лет

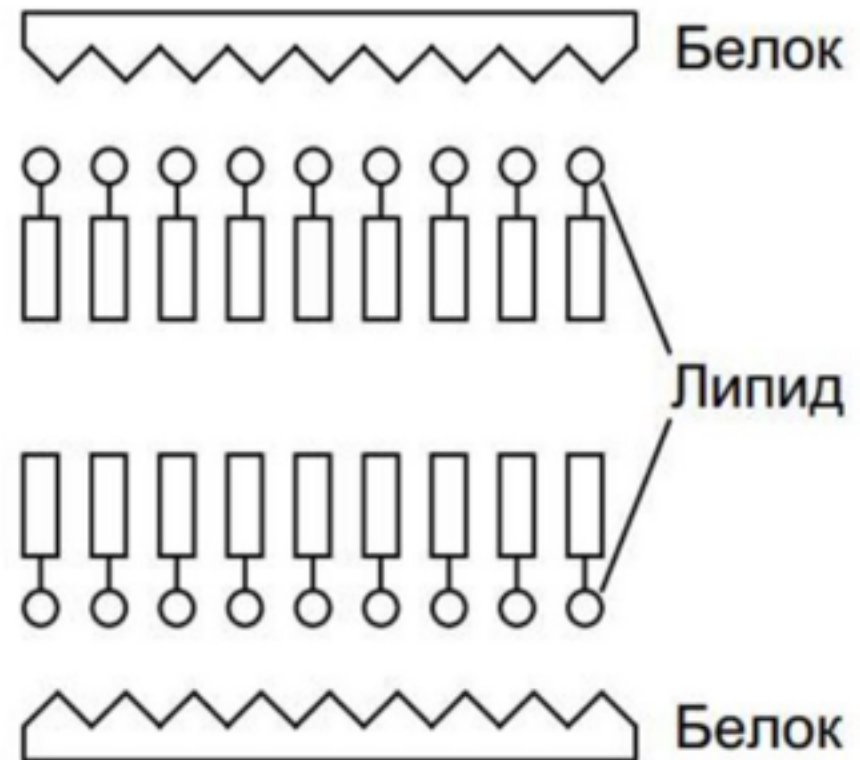


мембрана представляется как текучий фосфолипидный бислой, в который погружены свободно диффундирующие белки, образующие в нем своего рода мозаику

Модели строения биологических мембран: А — «бутербродная модель» строения биологических мембран по Давсону и Даниели, Б — жидкостномозаичная модель Сингера и Николсона.

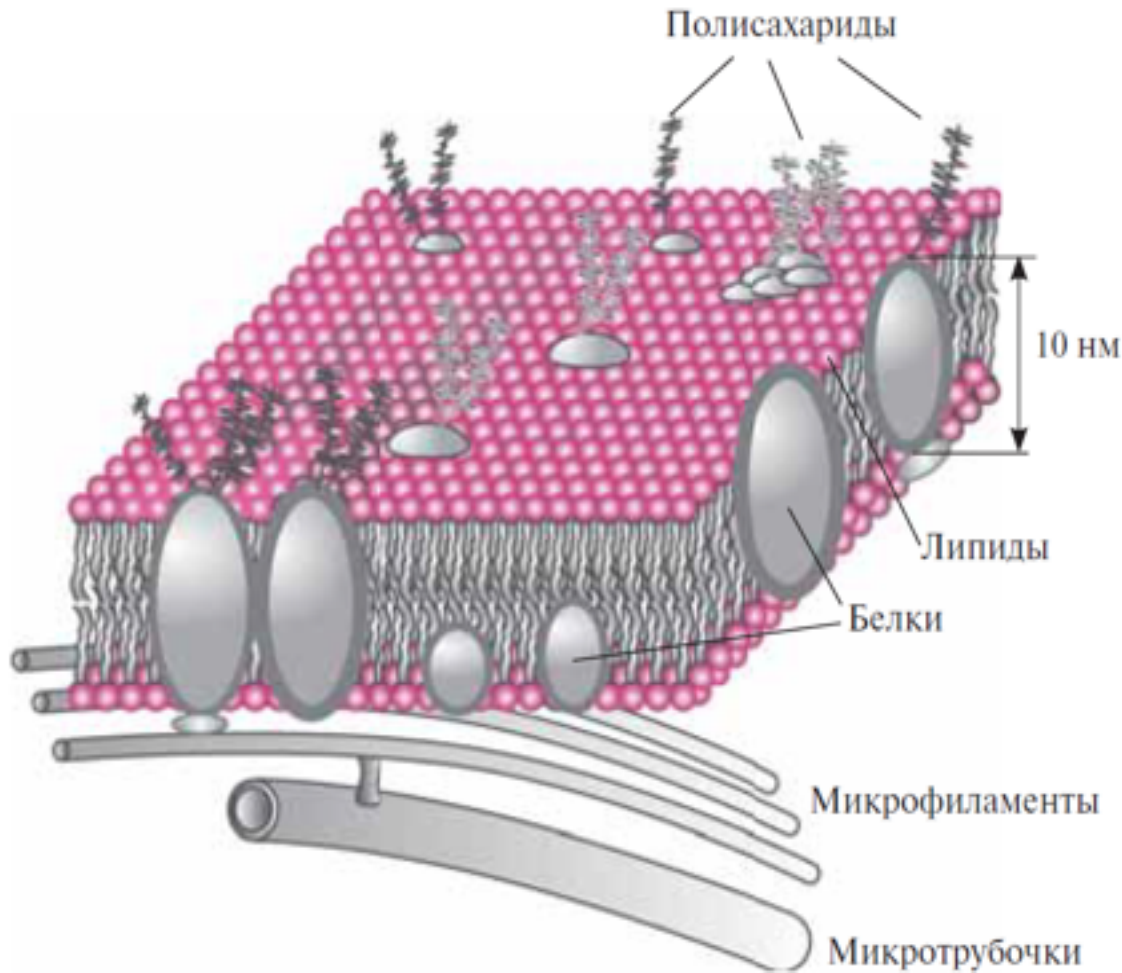
Модель строения биологических мембран

1959 г Дж.Д. Робертсон предположил, что все клеточные мембраны построены по одному принципу, и высказал концепцию унитарной (или единообразной мембраны). Эта модель во многом сходна с классической моделью Дж.Даниелли: основу мембраны составляет липидный бислой, а нелипидные компоненты лежат на поверхности связываясь с липидами за счет электростатических и гидрофобных взаимодействий. В его модели нашла отражение важная структурная особенность — асимметрия.



Жидкостно-мозаичная модель мембраны

Структурную основу биологической мембраны образует двойной слой фосфолипидов, инкрустированный белками. Различают поверхностные (или периферические) и интегральные белки.



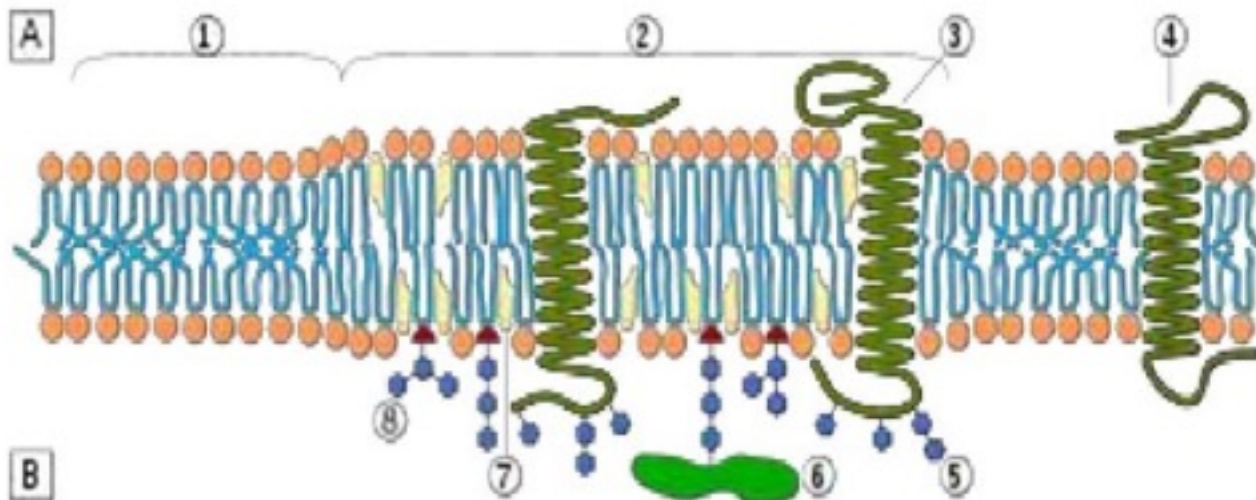
Липиды находятся при физиологических условиях в жидком агрегатном состоянии. Это позволяет сравнить мембрану с фосфолипидным морем, по которому плавают белковые «айсберги».

не вся поверхность биологической мембраны покрыта белками

более чем половина поверхности мембраны кишечной палочки образована полярными головами липидов

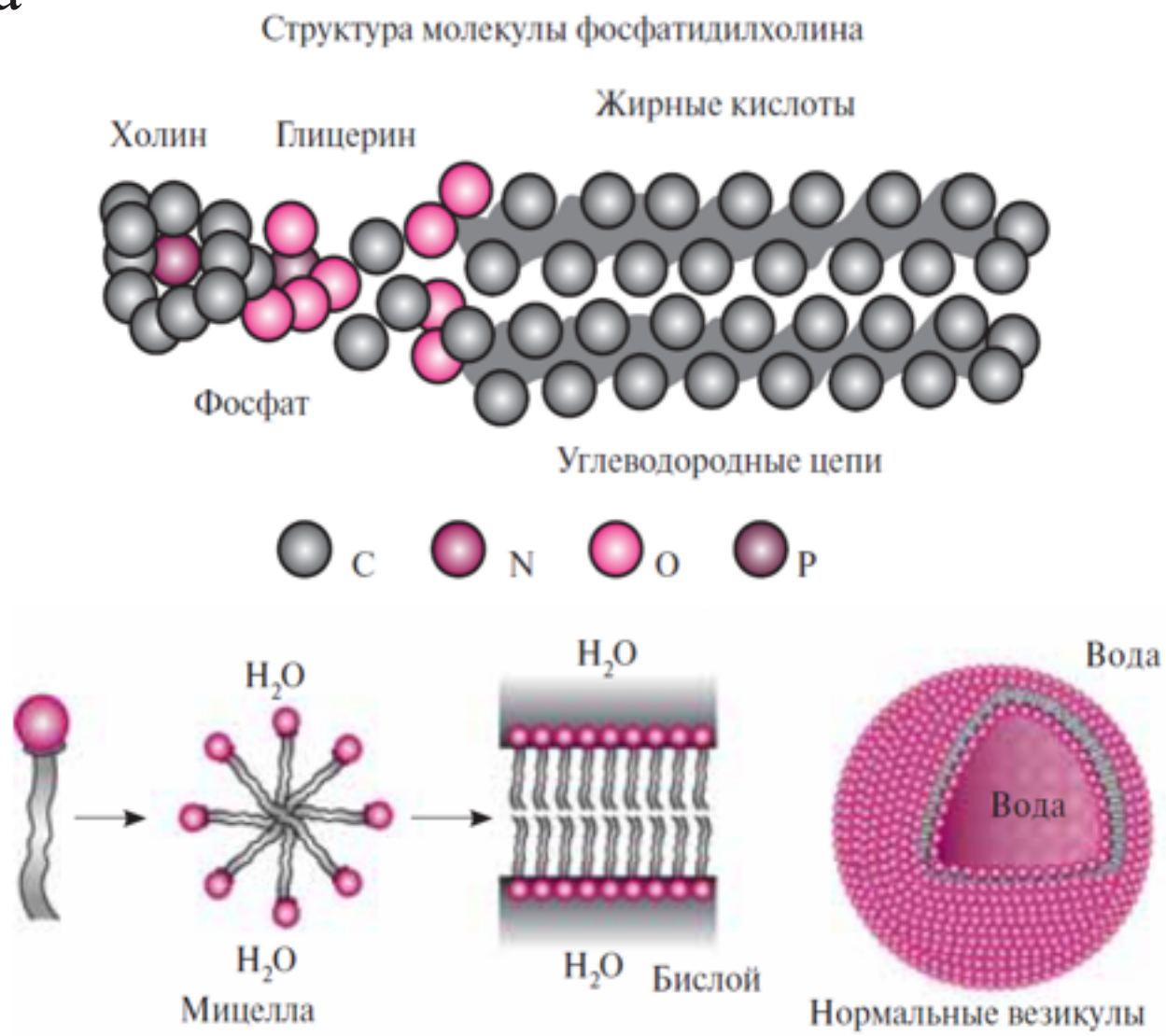
Липидные рафты

- домены липидного бислоя клеточной мембраны, обогащённые холестерином, и насыщенными фосфолипидами. Это участок плотно упакованного липида, перемещающийся в плоскости мембраны.



Липидный бислой не является полностью однородным, а содержит домены, названные позднее *рафтами* (рафт в переводе с английского означает плот или паром). Липидные рафты являются динамическими ансамблями белков и липидов, способными свободно плавать в жидком бислое клеточной мембраны

Молекула типичного мембранного фосфолипида лецитина



Амфифильные молекулы

Химическое строение одного из мембранных фосфолипидов — лецитина. Внизу показаны структуры, образуемые молекулами фосфолипидов в воде в результате самосборки

У некоторых фосфолипидов головы, кроме двух зарядов противоположного знака, создающих дипольный момент, но оставляющих молекулу в целом нейтральной, несут один некомпенсированный отрицательный заряд, вследствие чего молекула оказывается заряженной отрицательно

В мембранах содержатся разные фосфолипиды. Например, в мембране эритроцитов их около 20 видов. Варьирует химическая формула полярной головы молекулы.

фосфолипид



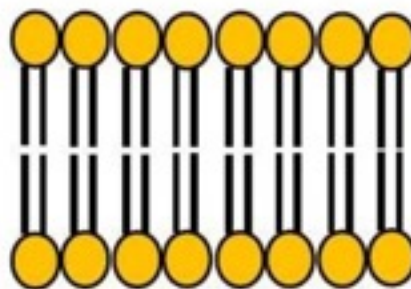
1935 год

Даниэлли и Давсон

20 атомов углерода

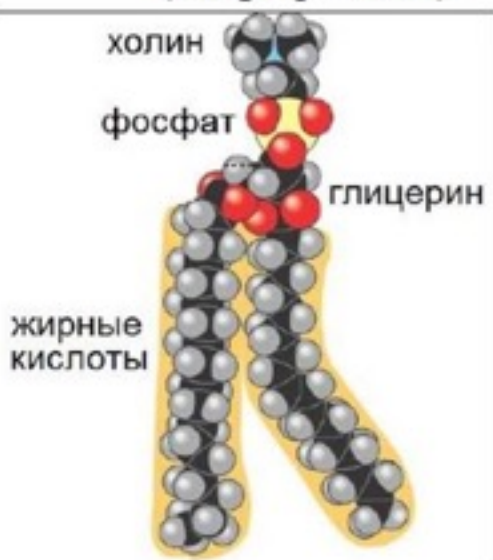
СТРОЕНИЕ МЕМБРАНЫ

МЕЖКЛЕТОЧНАЯ ЖИДКОСТЬ

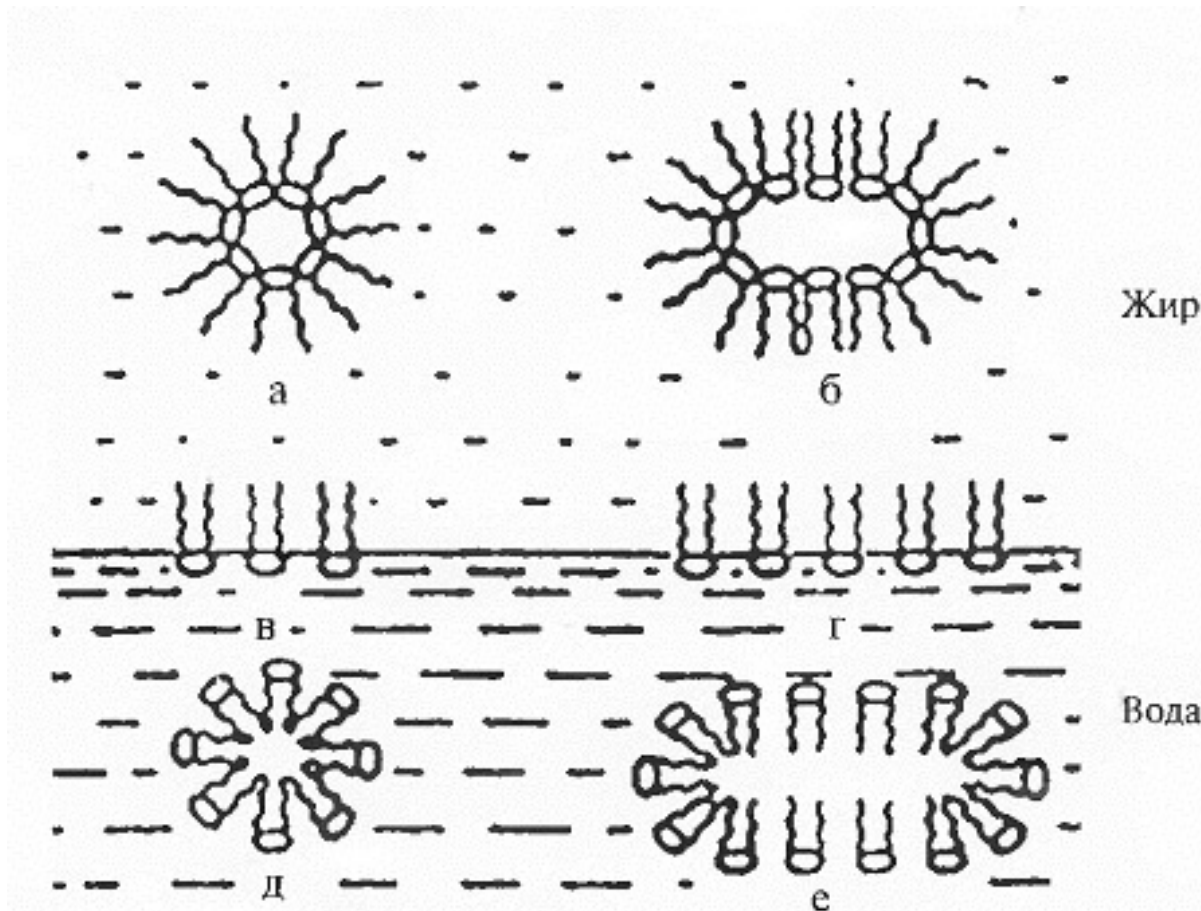


КЛЕТОЧНАЯ
МЕМБРАНА

ЦИТОПЛАЗМА



В смеси фосфолипидов с водой термодинамически выгодно, чтобы полярные головы были **погружены в состоящую из полярных молекул воду**, а их неполярные хвосты были бы расположены подальше от воды. Такое расположение амфифильных (имеющих и гидрофильную, и гидрофобную части) молекул соответствует наименьшему значению **энергии Гиббса** по сравнению с другими возможными расположениями молекул.



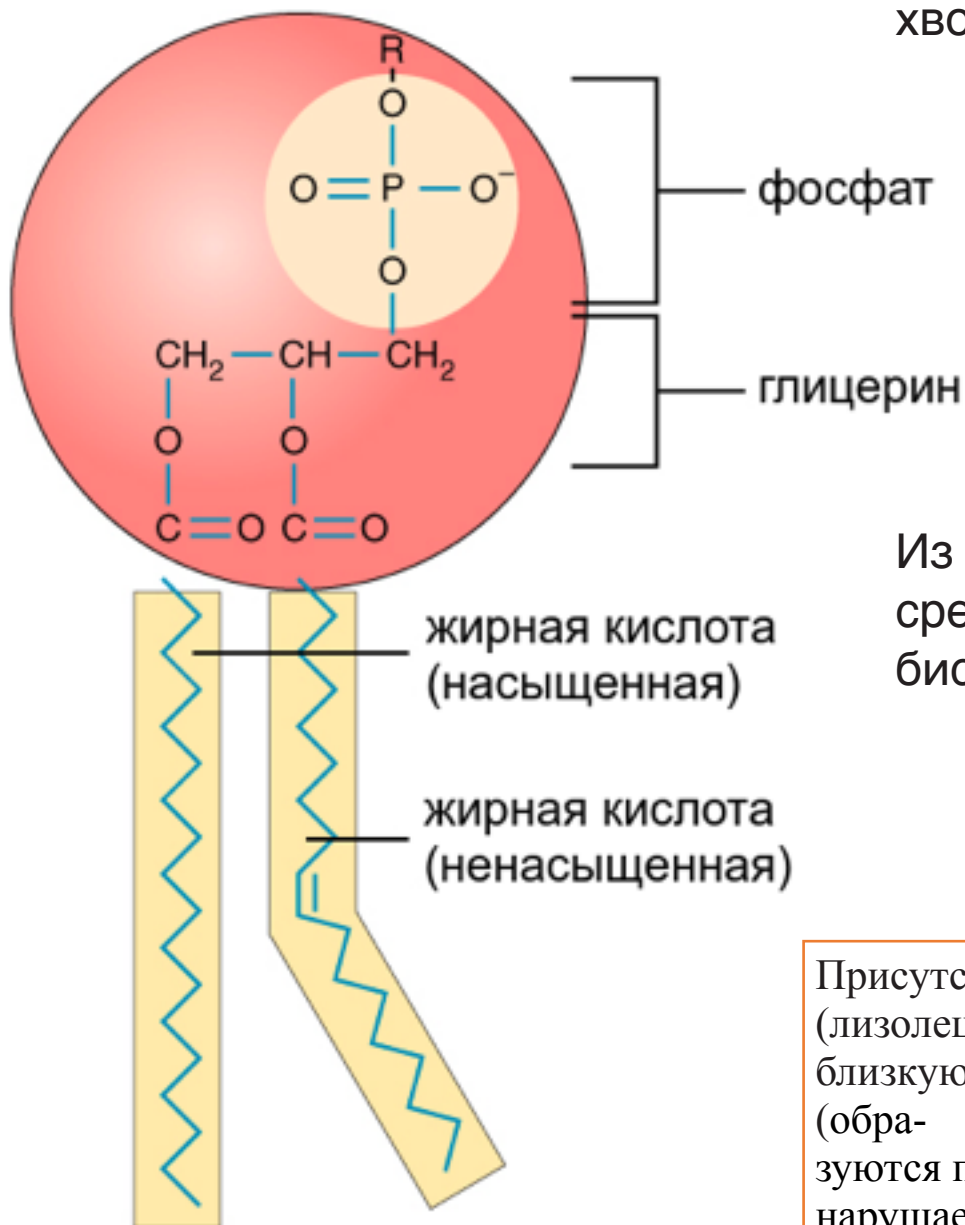
Структура мицелл фосфолипидов в жировой и водной фазах и ориентация фосфолипидов на поверхности разделов фаз: сферические (а) и пластинчатые (б) мицеллы фосфолипидов в жире;

ориентация отдельных молекул (в) и монослоя фосфолипидов (г) на границе раздела фаз жир (масло)— вода;

сферические (д) и пластинчатые (е) мицеллы фосфолипидов в воде

гидрофильная "головка"

гидрофобные "хвосты"



Молекулы фосфолипидов имеют два хвоста.

Из молекул фосфолипидов в водной среде происходит самосборка бислойной мембраны.

Присутствие молекул с одним хвостом (лизолецитин), имеющих в пространстве форму, близкую к конусу, разрушает клеточные мембраны (образуются поры в бислойной мембране, при этом нарушается барьерная функция мембран.)

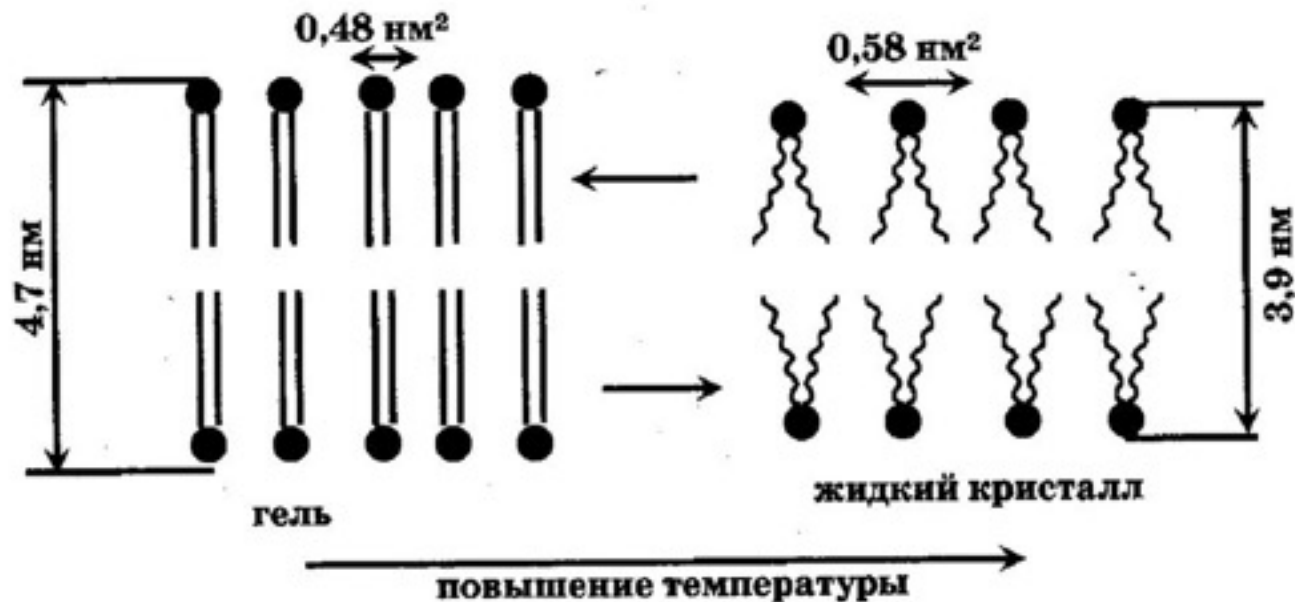
Подвижность фосфолипидных молекул в мембранах

Режим функционирования мембраны сильно зависит от

- микровязкости липидного бислоя
- подвижности фосфолипидных молекул в мембране
- фазового состояния мембранных липидов

Липидная фаза биологических мембран при физиологических условиях (температуре, давлении, химическом составе окружающей среды) находится в жидком агрегатном состоянии.

Фазовые переходы в липидных мембранах



Функции биологических мембран

Клетки	Мембраны	Функция
Все клетки	Клеточные (цитоплазматические)	Активный транспорт ионов K^+ , Na^+ , Ca^{2+} , поддержание осмотического равновесия
Большинство клеток	Клеточные	Связывание гормонов и включение механизмов внутриклеточной сигнализации
Нервные и мышечные клетки	Клеточные	Генерация потенциалов покоя и действия, распространение потенциала действия
Большинство клеток (кроме эритроцитов)	Внутренняя мембрана митохондрий	Перенос электронов на кислород и синтез АТФ (окислительное фосфорилирование)
Большинство клеток (кроме эритроцитов)	Эндоплазматический ретикулум	Перенос ионов кальция из клеточного сока внутрь везикул
Клетки зрительного эпителия	Мембраны зрительных дисков	Поглощение квантов света и генерация внутриклеточного сигнала

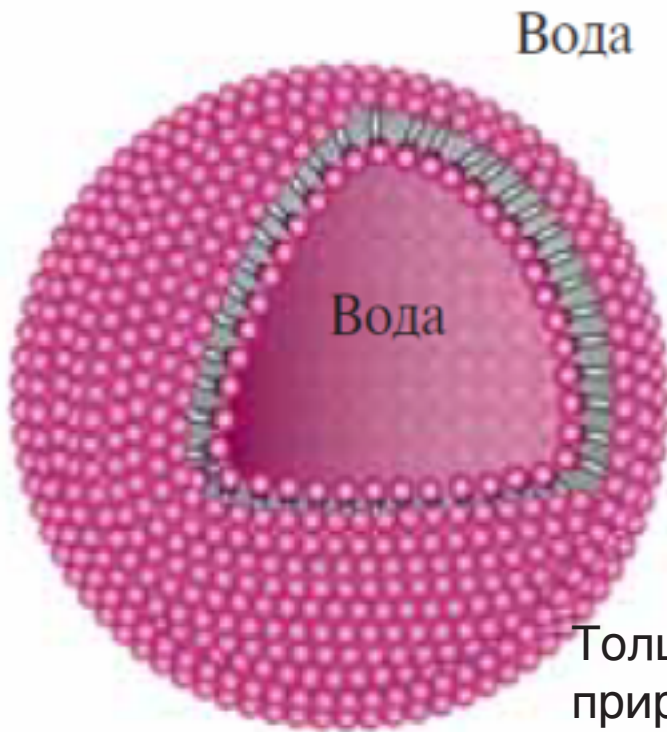
Общая площадь всех биологических мембран в организме человека достигает десятков тысяч квадратных метров.

Функции биологических мембран

1. *барьерная* — обеспечивает селективный, регулируемый, пассивный и активный транспорт веществ;
2. *матричная* — обеспечивает определенное взаимное расположение и ориентацию мембранных ферментов относительно субстратов с целью реализации их оптимального взаимодействия;
3. *механическая* — обеспечивает прочность и автономность клетки и внутриклеточных структур.

Модельные липидные мембраны

Липосомы



Липосомы, или фосфолипидные везикулы (пузырьки), получают обычно при набухании сухих фосфолипидов в воде или при впрыскивании раствора липидов в воду. При этом происходит самосборка бимолекулярной липидной мембраны. Минимуму энергии Гиббса отвечает замкнутая сферическая одноламеллярная форма мембраны

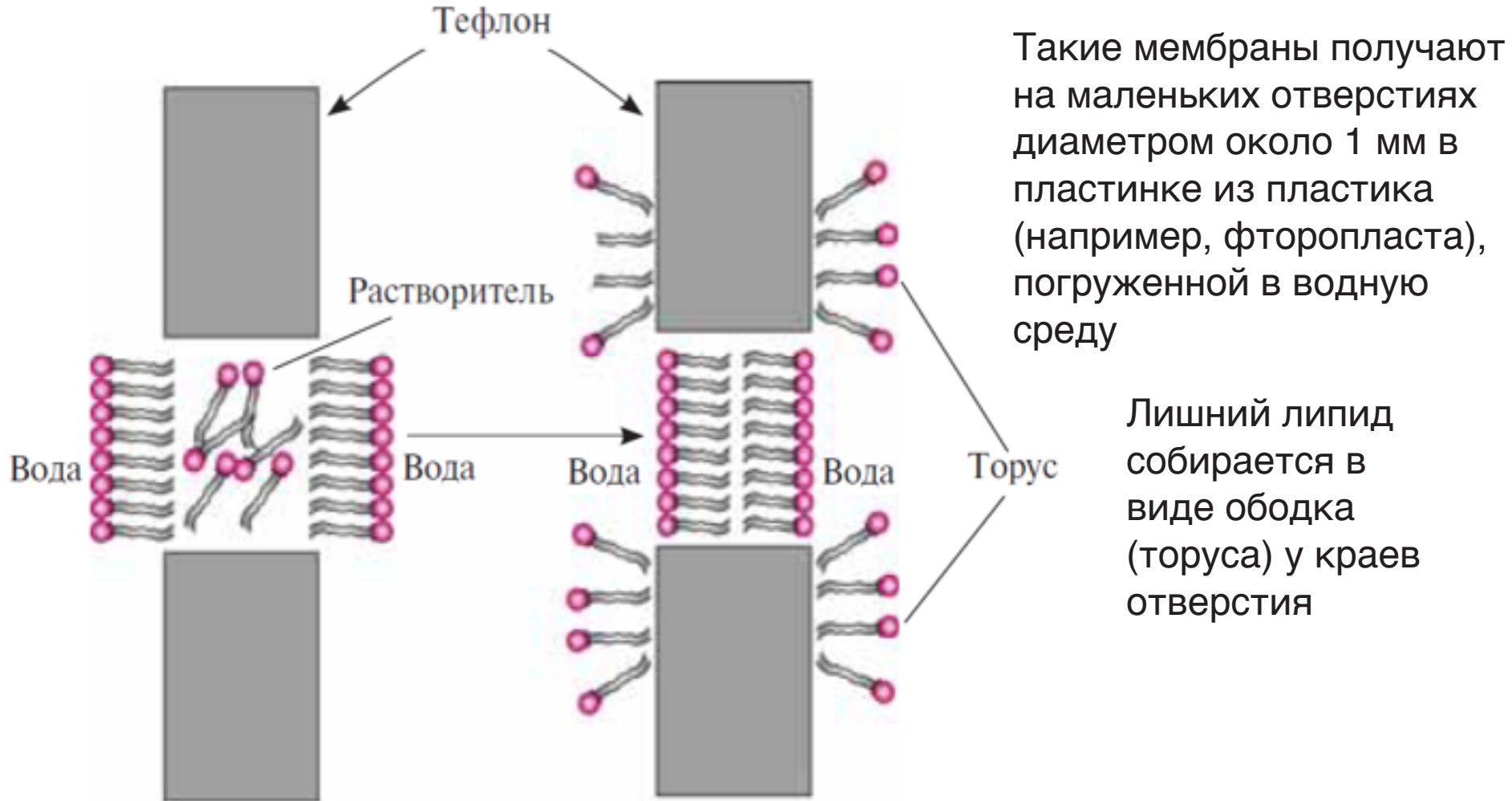
При этом все неполярные гидрофобные хвосты находятся внутри мембраны и ни один из них не соприкасается с полярными молекулами воды

Толщина липидных слоев составляет, в зависимости от природы липидов, 6,5–7,5 нм, а расстояние между ними — 1,5–2 нм.

Диаметр многослойных липосом колеблется в пределах от 60 до 400 нм и более.

Липосомы представляют собой прообраз клетки

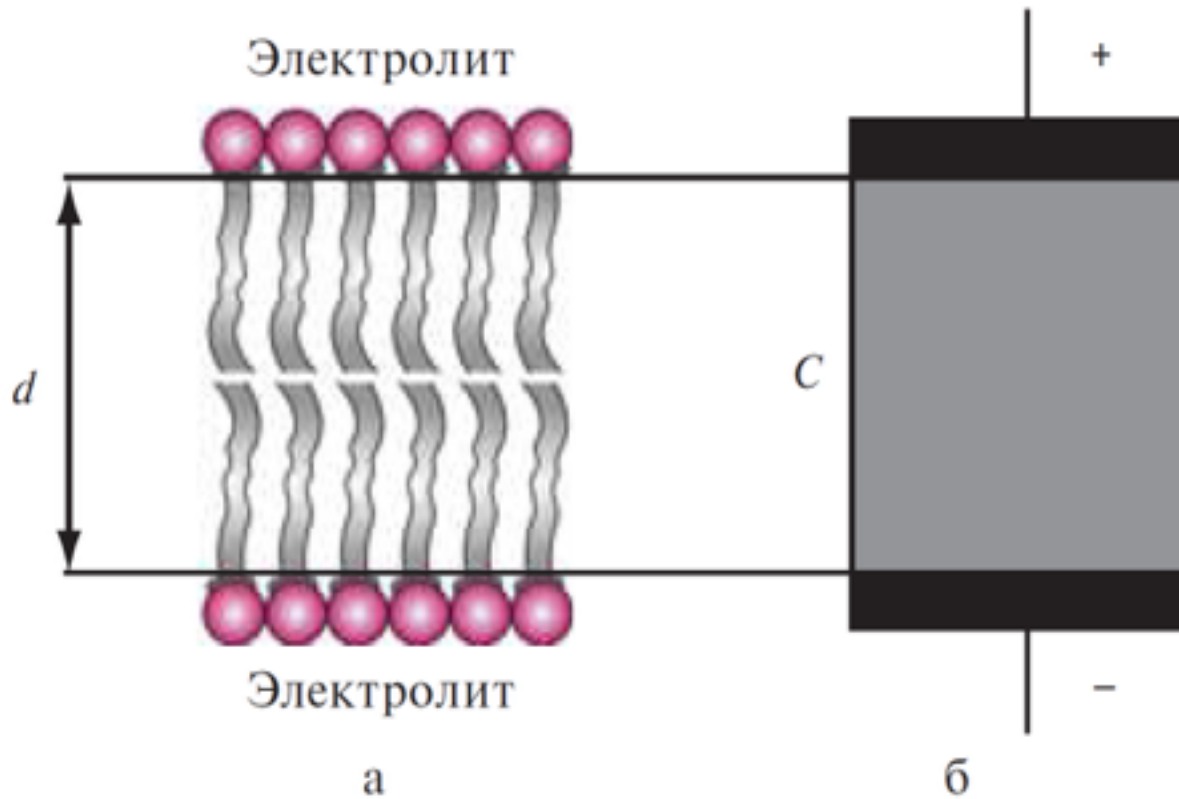
Плоские бислойные липидные мембраны (БЛМ)



Можно моделировать биологический транспорт, вводя в модельную мембрану молекулы-переносчики или молекулы-каналоформеры.

Физические методы изучения структуры мембраны

Определение толщины бислоя электростатическим методом



Клеточная мембрана
= электрический
конденсатор ?

$$C = \epsilon \epsilon_0 S / d,$$

$\epsilon = 2$

Емкость плоского конденсатора:
электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$; d —

расстояние
между пластинами
конденсатора; S — площадь
мембраны

$$d = \epsilon \epsilon_0 / C_{\text{уд}} \approx 3,5 \text{ нм}$$

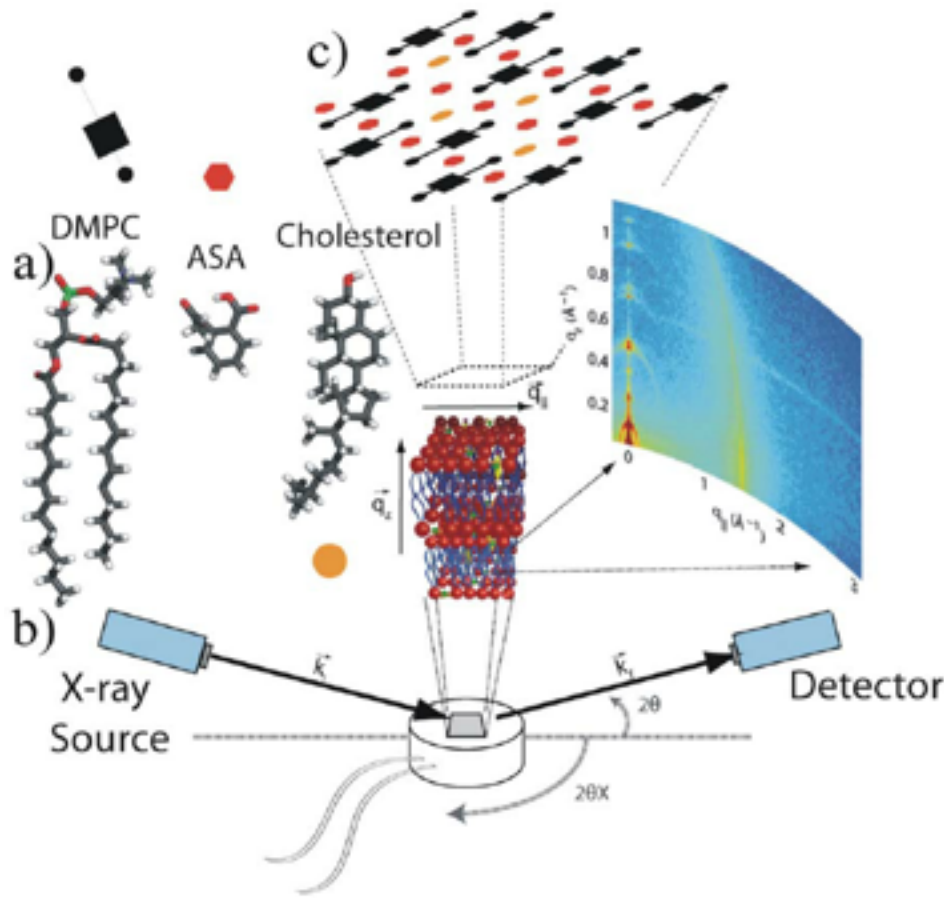
Бимолекулярный слой липидов

мембрана как конденсатор

Липиды — диэлектрики с диэлектрической проницаемостью $\epsilon \approx 2$

Рентгеноструктурный анализ

подтвердили относительно упорядоченное расположение липидных молекул в мембране — двойной молекулярный слой с более или менее параллельно расположенными жирнокислотными хвостами, точно определили расстояние между полярной головой липидной молекулы и метильной группой в конце углеводородной цепи

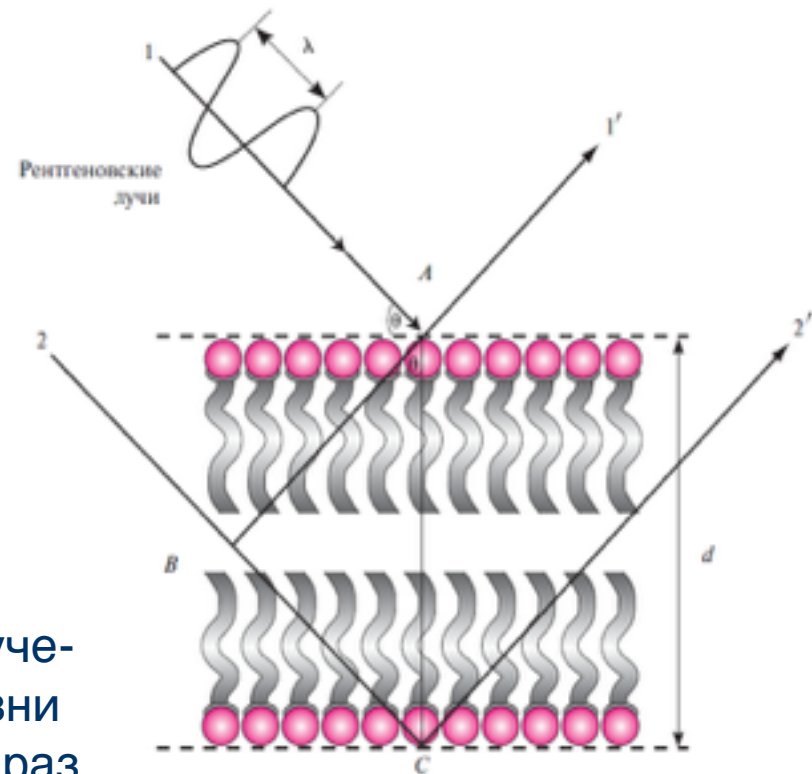
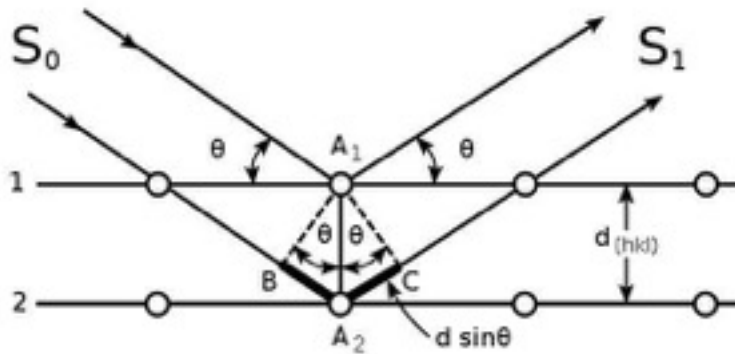


- а) Липид
- б) Принципиальная схема эксперимента по рассеянию рентгеновских лучей. Плоскостную и внеплоскостную структуру мембран можно определить по 2D-картам интенсивности. Используются высокоориентированные многослойные мембраны.
- с) Вид сверху на мембрану для иллюстрации расположения молекул в плоскости мембраны. Липиды обозначены головной группой (&) и двумя хвостами (.).

Рентгеноструктурный анализ

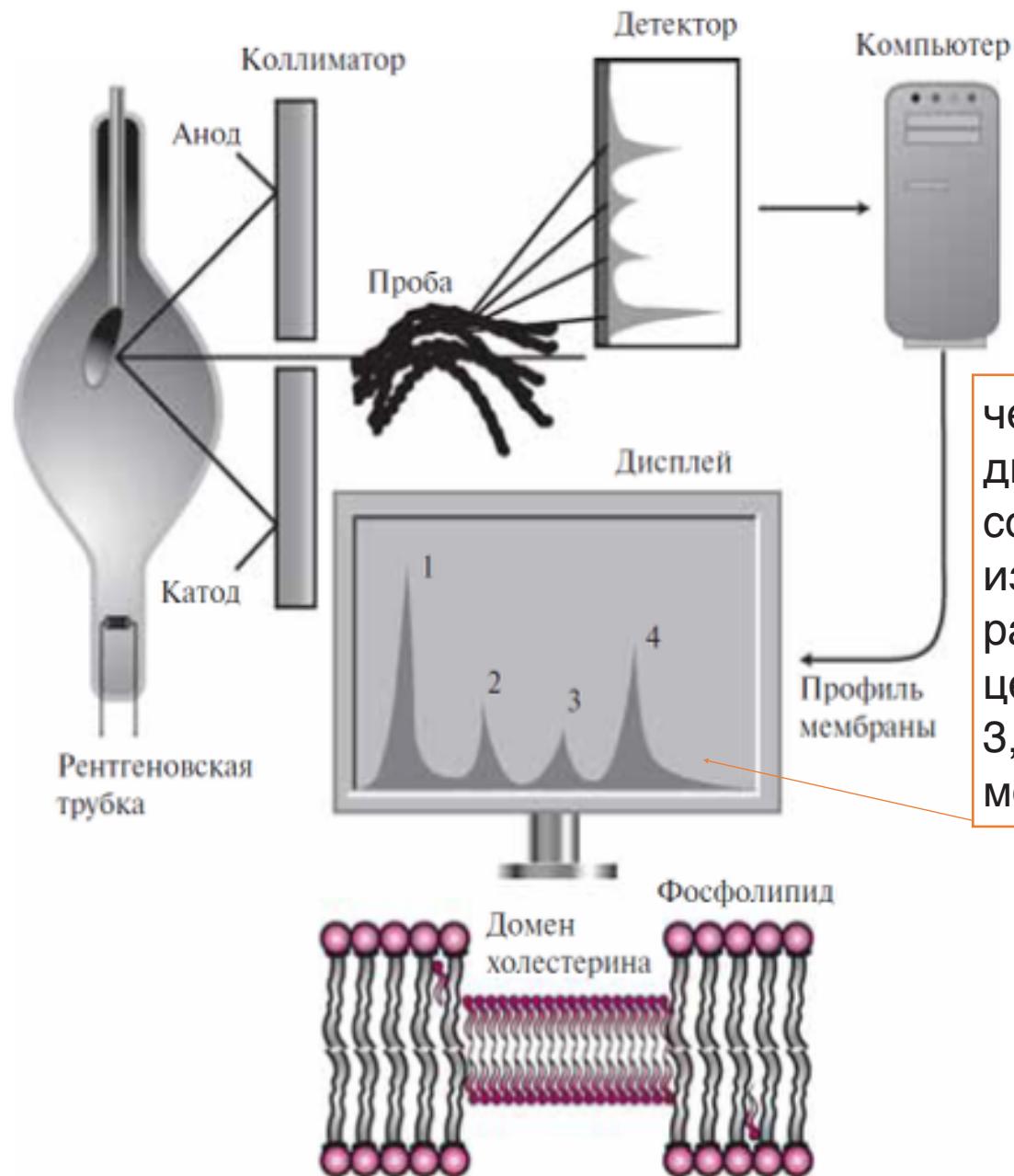
Дифракция рентгеновских лучей, рассеяние рентгеновских лучей кристаллами (или молекулами жидкостей), при котором из начального пучка лучей возникают вторичные отклонённые пучки той же длины волны, появившиеся в результате взаимодействия первичных рентгеновских лучей с электронами вещества; направление и интенсивность вторичных пучков зависят от строения рассеивающего объекта.

Условие Вульфа — Брэгга: $2d \sin \theta = n\lambda$



Максимумы отражённого рентгеновского излучения (дифракционные максимумы) должны возникать только в тех направлениях, для которых разность хода лучей между двумя лучами, отражёнными соседними плоскостями, равная $2d \sin \theta$, кратна целому числу длин волн λ

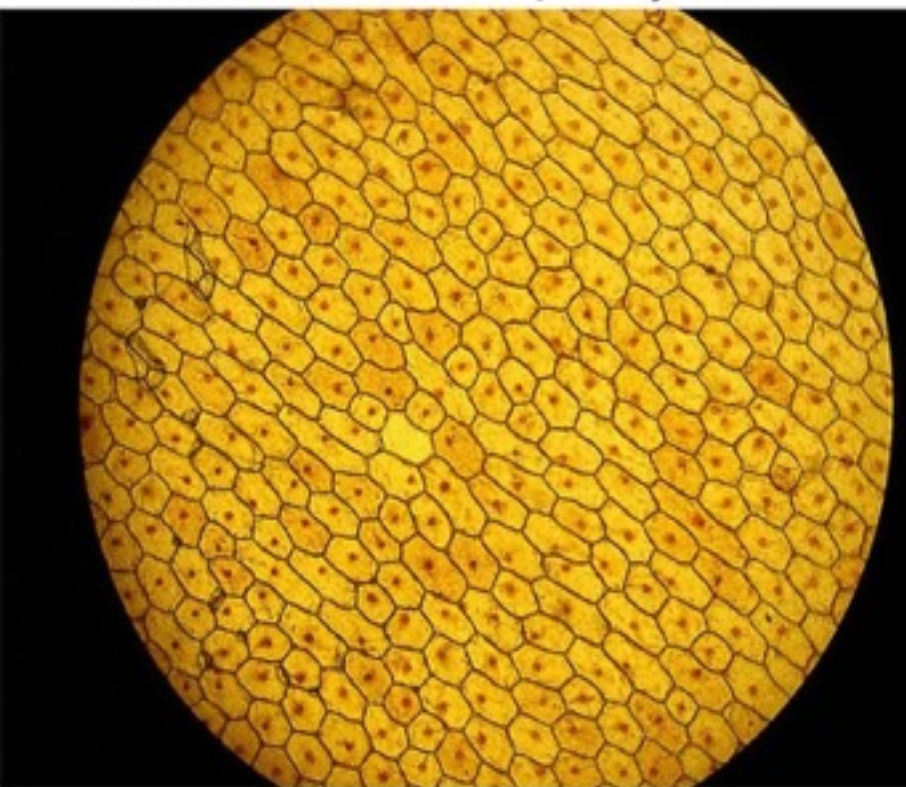
Дифракция многослойных мембран клеток волокон хрусталика глаза у животных



четыре дифракционных пика, два из которых (крайние) соответствуют толщине бислоя из молекул фосфолипида, а расстояние между центральными пиками, равное 3,4 нм, соответствует бислою из молекул холестерина

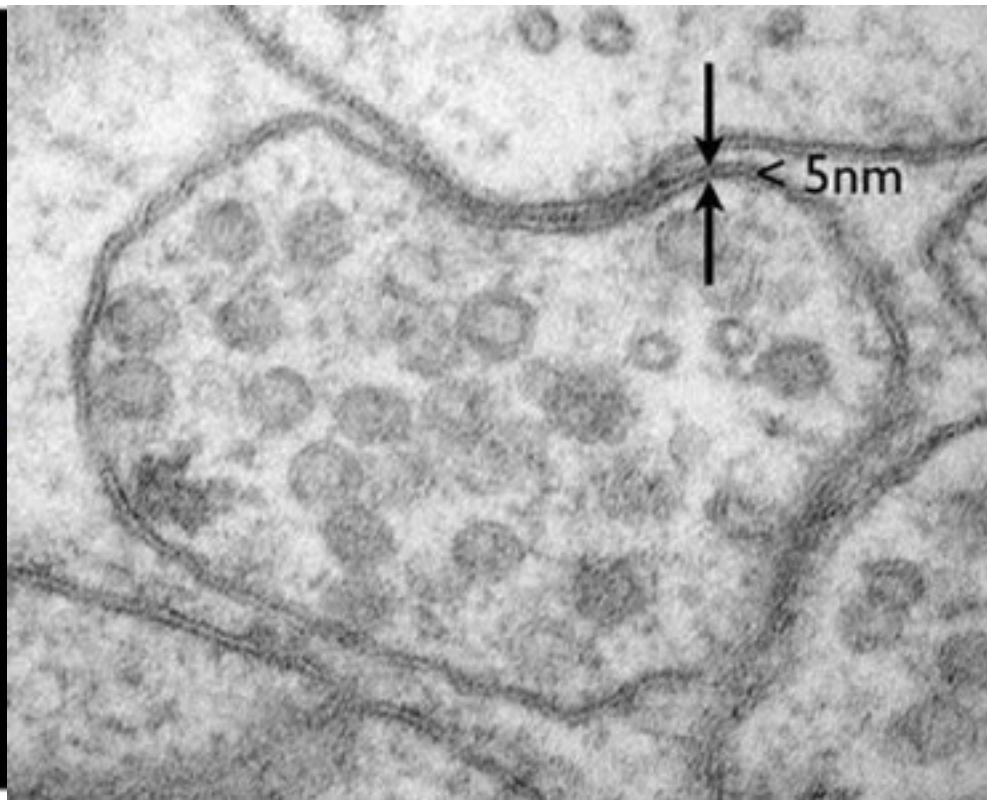
Оптическая микроскопия

Клетки кожицы лука



объекты, меньше примерно половины
длины световой волны (около 200 нм),
Можно разглядеть отдельные
клетки

Электронная микроскопия

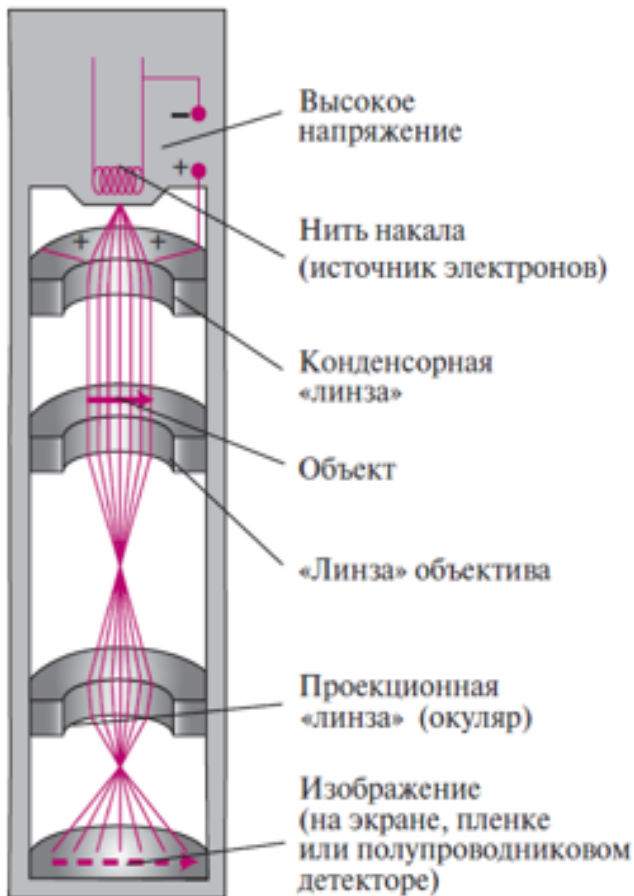


Липидный бислой плазматической
мембраны составляет менее 5 нм

Электронная микроскопия

В электронном микроскопе вместо светового пучка на исследуемый объект направляется пучок электронов, разогнанных до больших скоростей

Электронам с высокими скоростями присущи **волновые свойства**, в том числе явление дифракции.



$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{h}{m v}$$

формула де Бройля

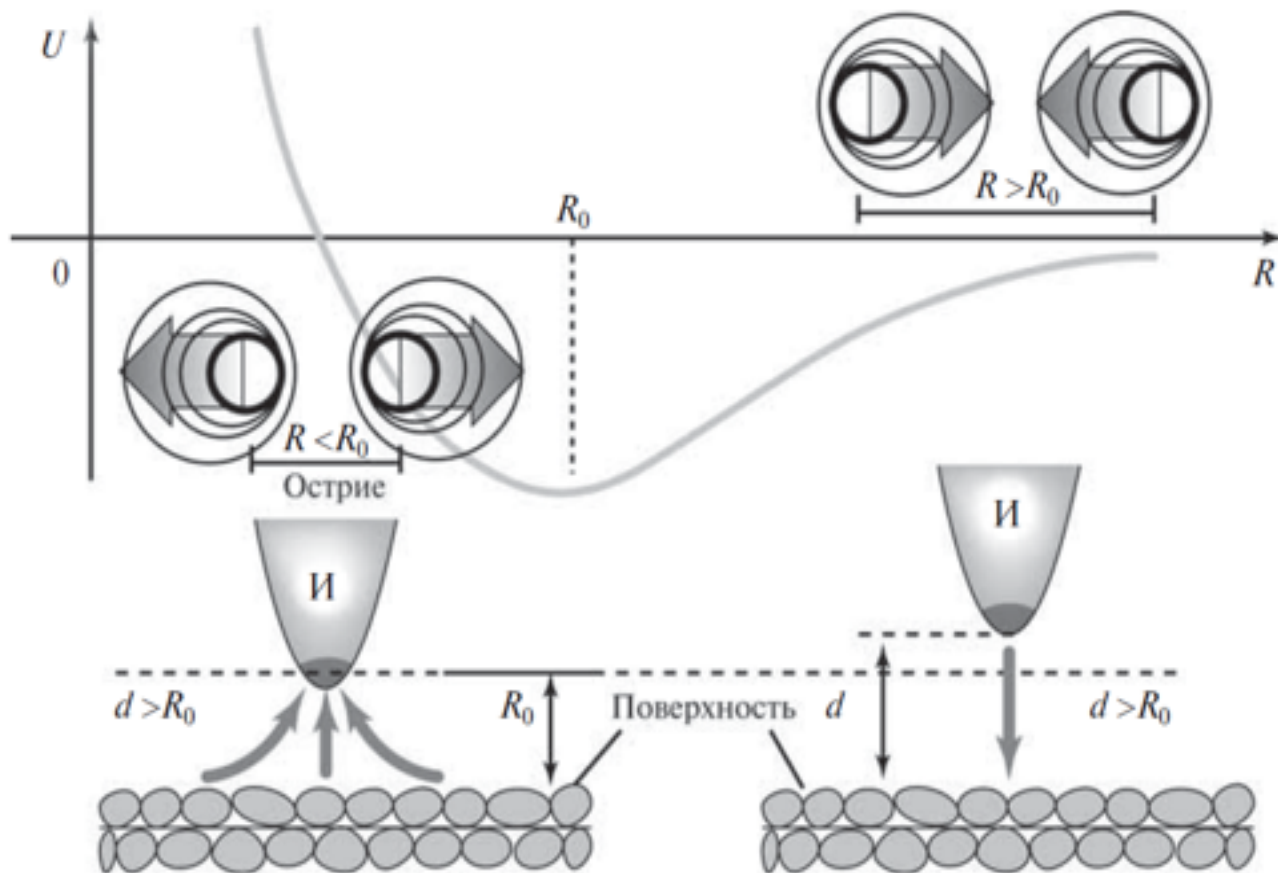
где h — постоянная Планка; m и v — масса и скорость электрона

Предел разрешения электронных микроскопов $\lambda_{\text{Б}} \approx 0,004 \text{ нм}$

При достаточно больших скоростях, длина волны мала и соответственно исключительно мал предел разрешения

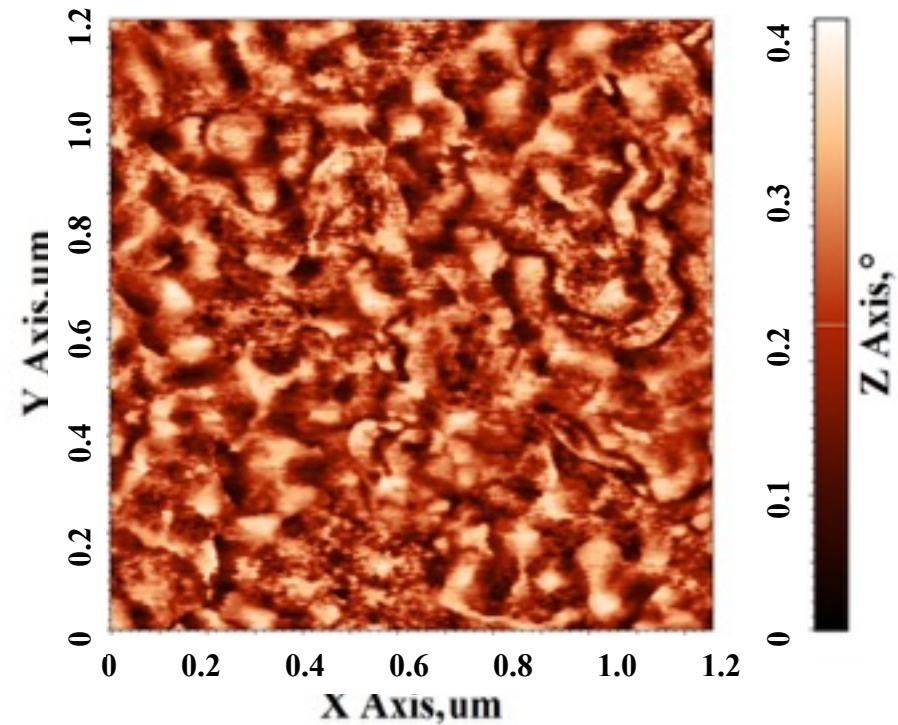
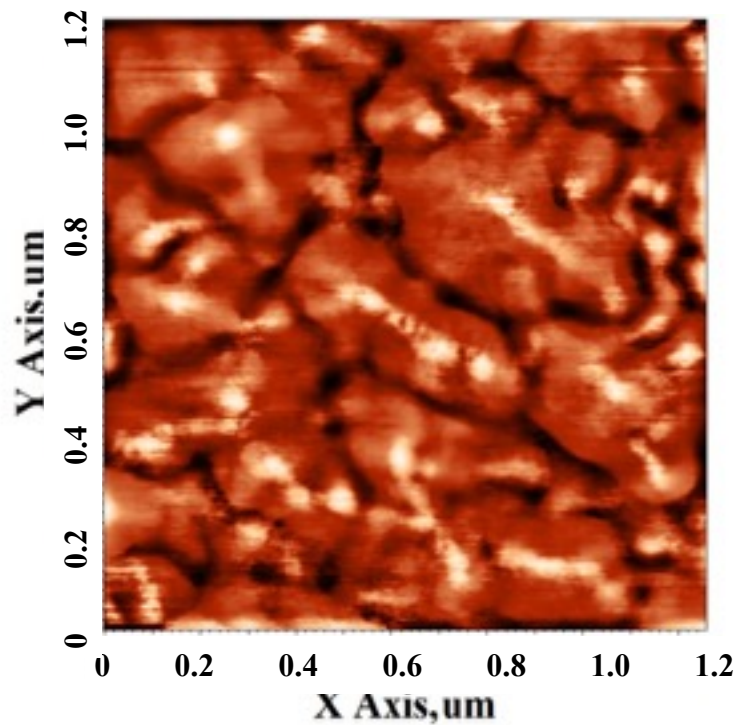
Атомная силовая микроскопия

В поле атомных силовых микроскопов можно наблюдать бактерии, малые фрагменты клеточных мембран, макромолекулы, например молекулы ДНК. Этот метод позволяет исследовать биологические структуры на сухой подложке и в жидких растворах, что особенно важно для медицины. Метод атомной силовой микроскопии является на сегодняшний день одним из самых тонких и



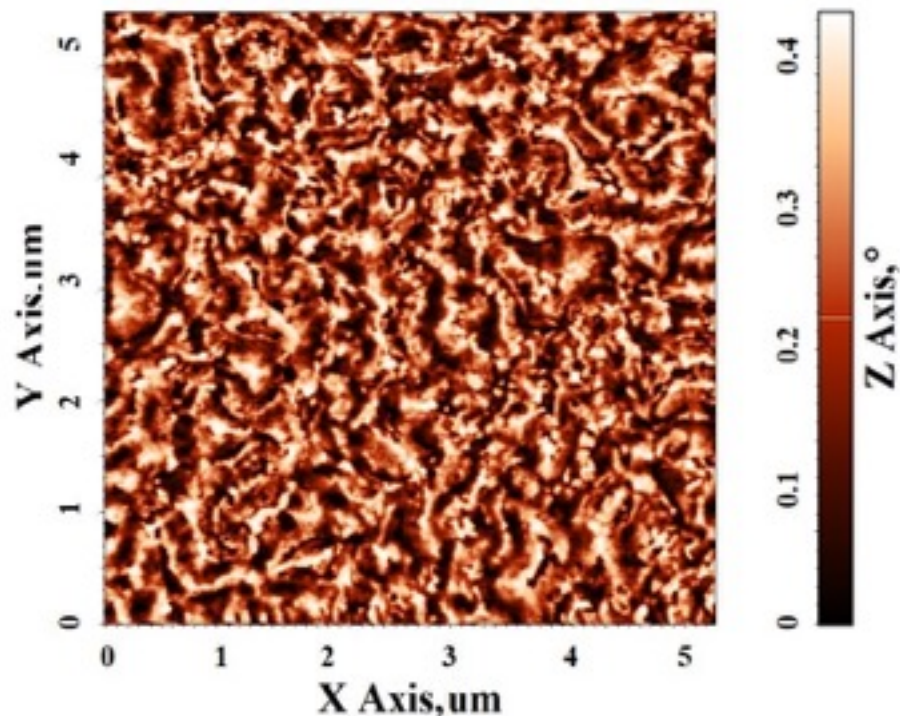
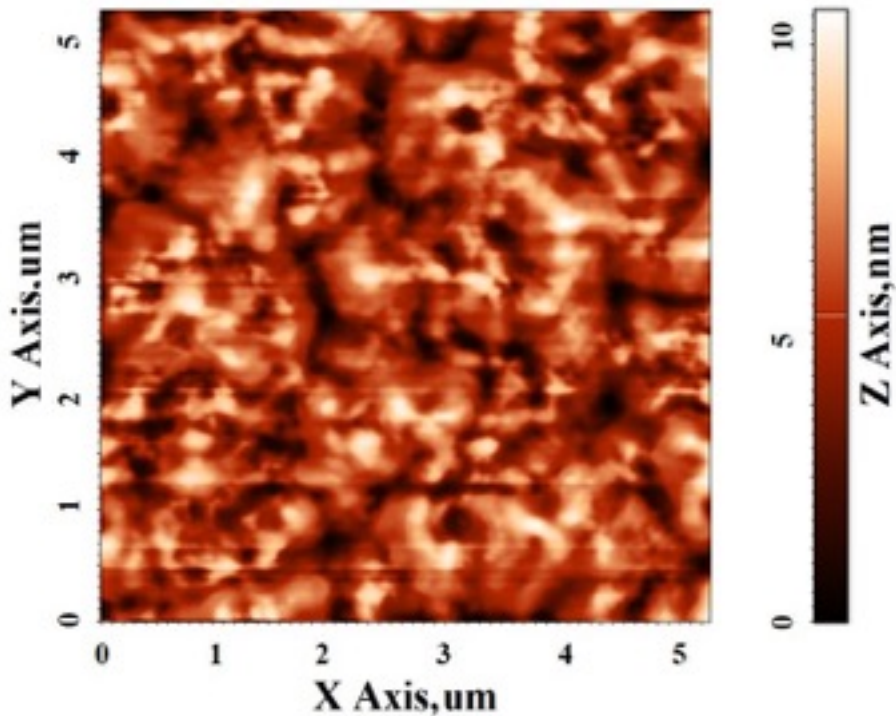
Величина отклонения кантилевера несет информацию о высоте рельефа и об особенностях межатомных взаимодействий.

Атомная силовая микроскопия

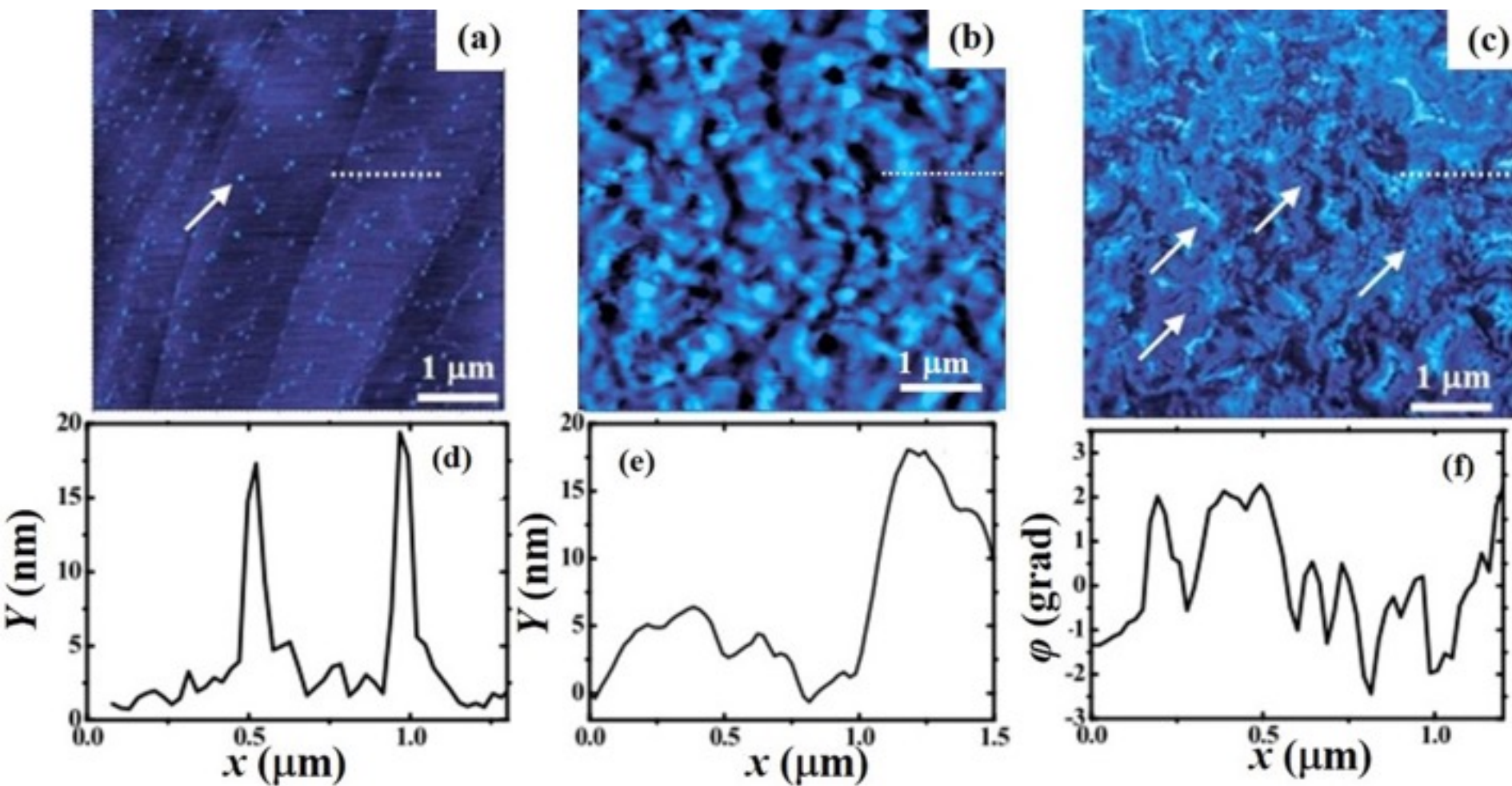


Атомная силовая микроскопия

Фазовый контраст



Магнитосиловая микроскопия



Флюоресцентный анализ

В нормальном состоянии мембрана не флюоресцирует. В качестве флюоресцентных зондов используются диметиламинохалкон; 3-метоксибензантрон, и др.

Флюоресцентный анализ дает возможность исследовать подвижность фосфолипидных молекул в мембране, оценить вязкость липидной фазы мембраны (так называемую микровязкость мембран). Микровязкость мембраны можно оценить по изменениям спектров флюоресценции, а также по степени поляризации флюоресцентного излучения при освещении мембраны поляризованным светом. Связь степени поляризации P и микровязкости мембраны η выражается формулой Перрена и Яблонского

$$1/P - 1/3 = (1/P_0 - 1/3) (1 + RT\tau / V\eta),$$

где P_0 — степень поляризации света на неподвижных молекулах;
 $R = 8,31$ Дж/(К · моль) — универсальная газовая постоянная; T [K] — температура; V — молярный объем флюоресцирующих молекул; τ — время жизни возбужденного состояния.

Электронный парамагнитный резонанс

ЭПР — это явление резкого возрастания поглощения энергии электромагнитной волны системой парамагнитных частиц (электронов с некомпенсированными спинами), помещенных во внешнее магнитное поле, при резонансной частоте волны.

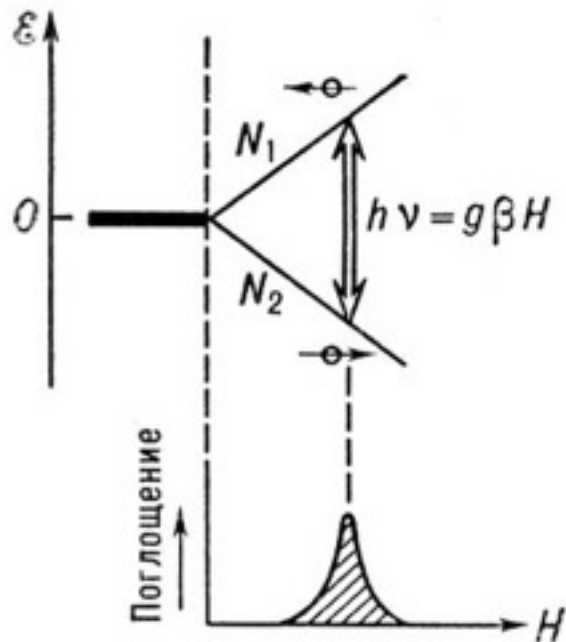
$$\nu_{\text{рез}} = g\beta B/h,$$

$$B_{\text{рез}} = h\nu/g\beta.$$

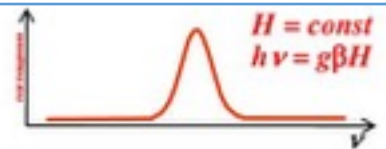
где B — индукция магнитного поля; h — постоянная Планка; g — гиромагнитное отношение, или g -фактор, зависящий от природы парамагнитных частиц. Для свободного электрона $g = 2$, $\nu_{\text{рез}}$ — резонансное значение частоты, Магнетон Бора = $0,927 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл, $\nu \sim 10^{10}$ Гц и индукция $B \approx 0,3$ Тл

спин электрона $S = 1/2$, то $\mu = g_s\beta M_s$.

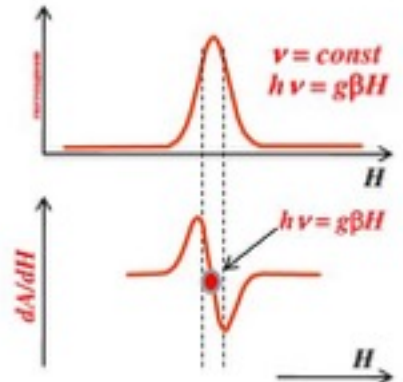
Зеемана эффект, расщепление спектральных линий под действием магнитного поля



1 — В постоянном магнитном поле **изменяя частоту** перпендикулярно направленного **переменного поля**. Максимальное поглощение будет наблюдаться при резонансе.



2 — Используя микроволновое излучение постоянной частоты, **изменяя** при этом **магнитное поле** посредством модуляции электрического тока в электромагнитной катушке. При этом регистрируется не поглощение, а **первая производная** поглощения по полю.



Ядерный магнитный резонанс

ЯМР - это явление резкого поглощения энергии электромагнитной волны системой атомных ядер, обладающих магнитным моментом, помещенных во внешнее магнитное поле, при резонансной частоте волны

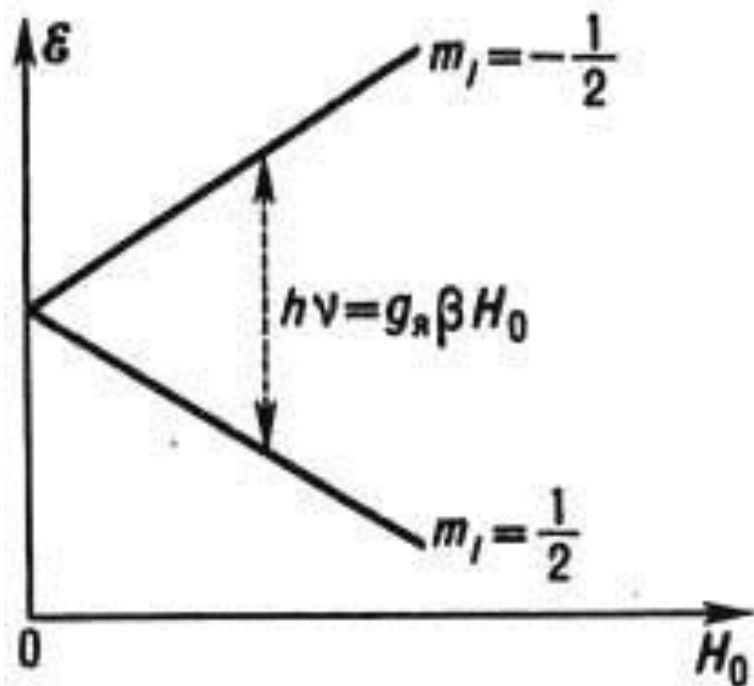
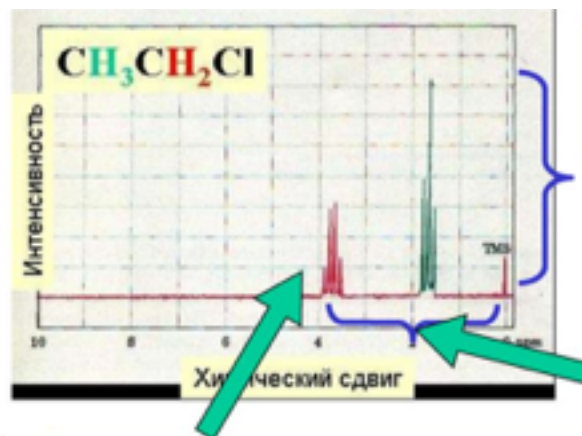


Схема энергетических уровней протона в магнитном поле ($I=1/2$)

Как и в случае ЭПР, спектры ЯМР тем шир больше вязкость и меньше молекулярная подвижность исследуемого объекта.

В МРТ используются более сильные магнитные поля ($B = 1$ Тл)

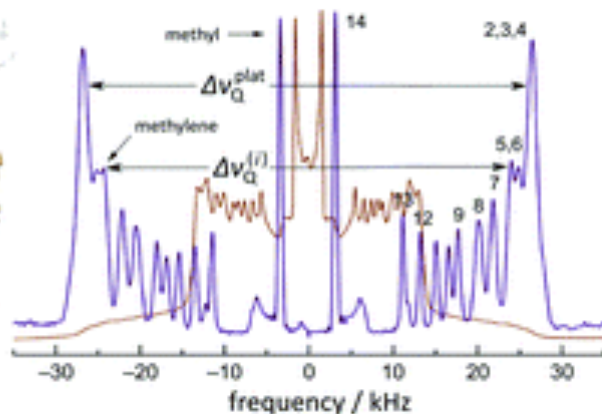
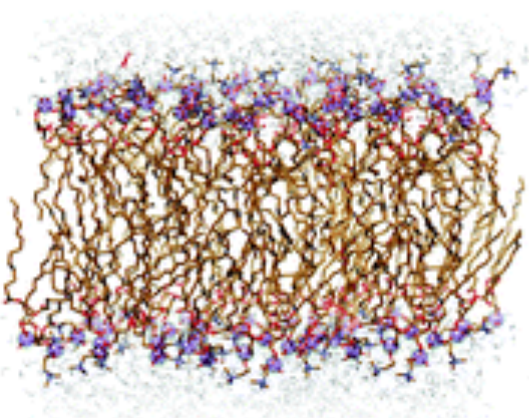


1. Интенсивность сигнала. Пропорциональна концентрации магнитных ядер в образце.

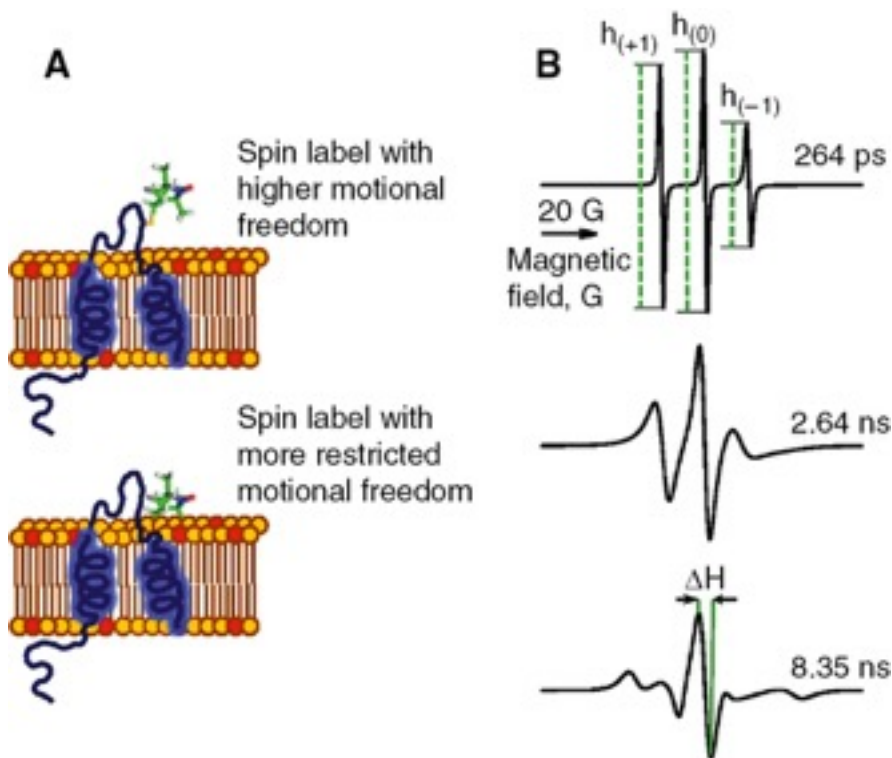
2. Химический сдвиг. Зависит от степени экранировки ядер электронами. Измеряется в миллионных долях (м.д.).

3. Спин-спиновое расщепление линий. Зависит от количества магнитных ядер в непосредственной близости от поглощающего ядра. Это свойство спектра в некоторой степени аналогично сверхтонкой структуре в спектрах ЭПР.

4. Ширина линии. Как и в ЭПР спектроскопии определяется временем релаксации ядер, которое в свою очередь зависит от взаимосвязей ядер и электронов.



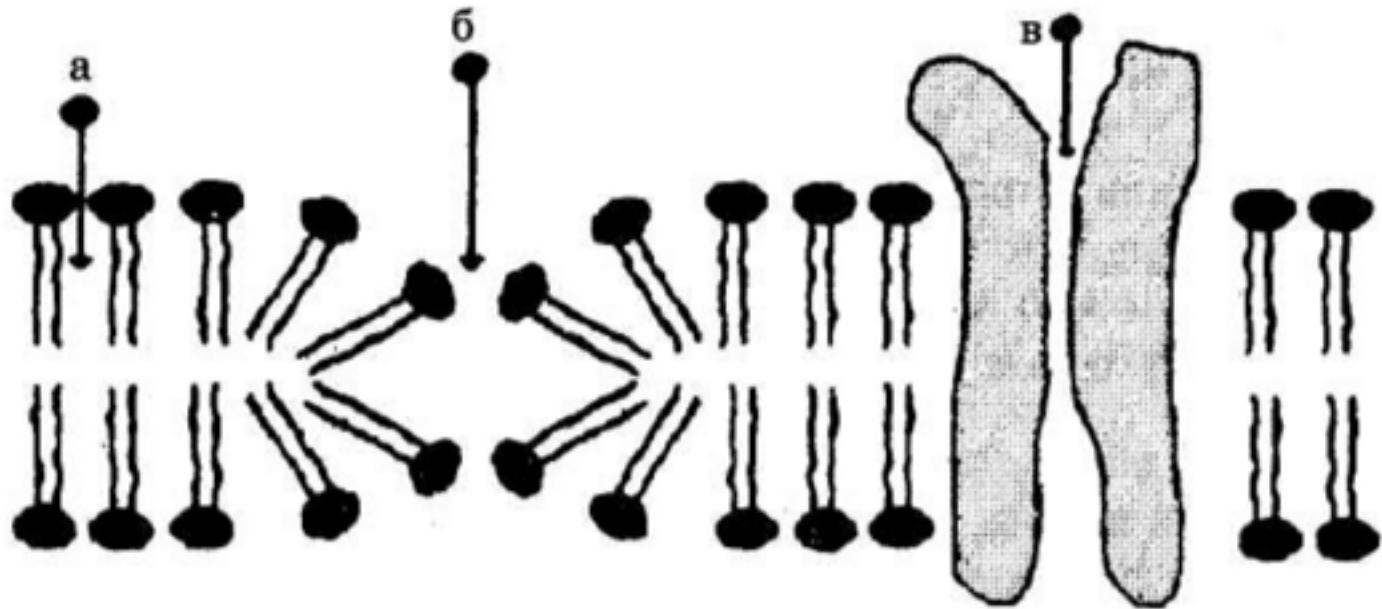
ЯМР и ЭПР



- Несмотря на ценную информацию, которую удалось получить при исследовании биологических объектов методом ЭПР с использованием спиновых зондов, этот метод обладает существенным недостатком — внесение в биологический объект чужеродных молекул-зондов может изменять структуру объекта. От этого недостатка свободен метод ЯМР
- Микровязкость мембраны у концов липидных хвостов меньше, чем около полярных голов. Это доказано методом ЭПР с использованием спин-меченых молекул.

Перенос веществ через мембрану

Диффузия — самопроизвольное перемещение вещества из мест с большей концентрацией в места с меньшей концентрацией вещества вследствие хаотического теплового движения молекул



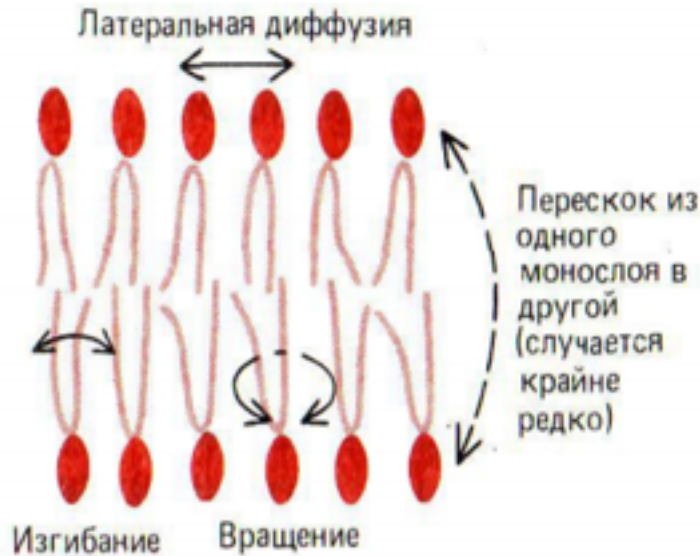
Основные разновидности простой диффузии через мембрану:
через липидный бислой (а), через пору в липидном бислое (б),
через белковую пору (в)

Различные формы молекулярного движения в БМ

Латеральная
диффузия

Перемещение
молекул в
пределах
одной
стороны
бислоя

Трансмембранная
Диффузия =



ФЛИП-ФЛОП =
перемещение
молекул
поперек БМ

Вращение

Латеральная диффузия

это хаотическое тепловое перемещение молекул липидов и белков в плоскости мембраны.

При латеральной диффузии рядом расположенные молекулы липидов скачком меняются местами и вследствие таких последовательных перескоков из одного места в другое молекула перемещается вдоль поверхности мембраны.

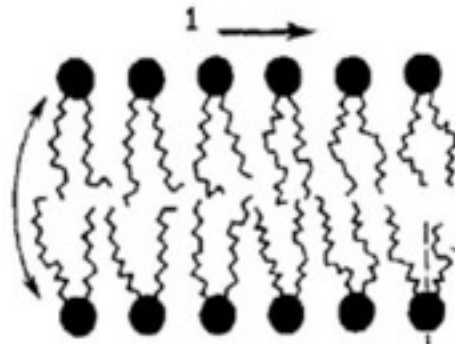
Среднее квадратичное перемещение $S_{\text{КВ}}$ молекул при диффузии за время t можно оценить по формуле Эйнштейна:

$$S_{\text{КВ}} = \sqrt{2Dt},$$

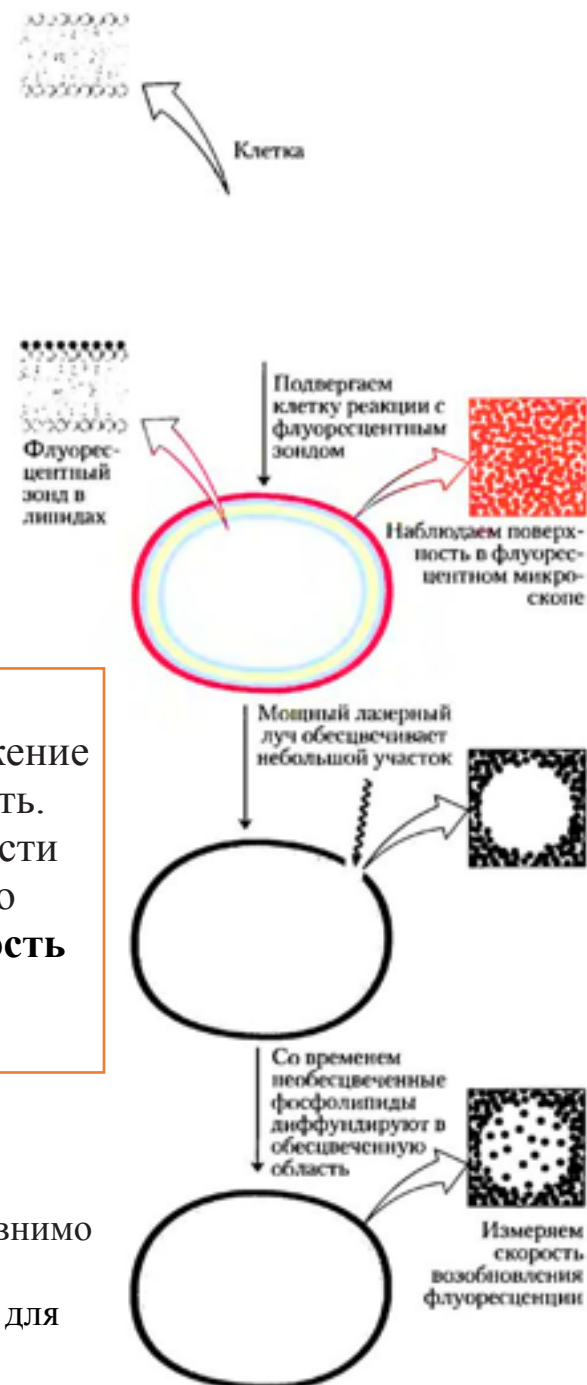
где D — коэффициент латеральной диффузии молекулы

Зная $S_{\text{КВ}}$, можно найти значение коэффициента латеральной диффузии D .

Флюоресцентные метки делают флюоресцирующими молекулы, движение которых по поверхности клетки можно изучать. Исследуя скорость расплывания по поверхности клетки флюоресцирующего пятна, созданного такими молекулами можно определить **скорость латеральной диффузии** (метод фотообесцвечивания)



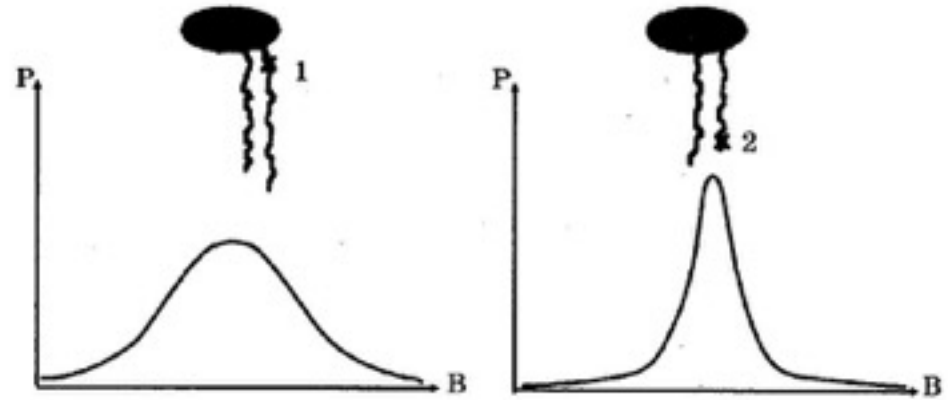
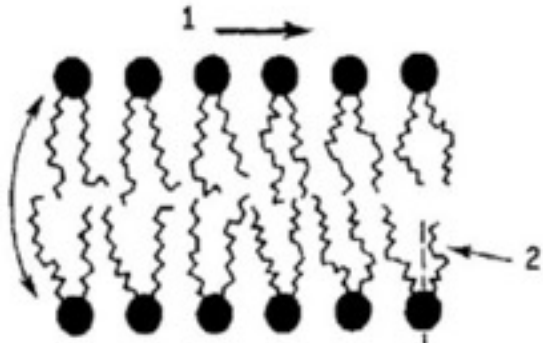
- Среднее квадратичное перемещение фосфолипидной молекулы за 1 с по поверхности мембраны эритроцита соответствует расстоянию 5 мкм, что сравнимо с размерами клеток.
- Рассчитанные по формуле Эйнштейна коэффициенты латеральной диффузии для липидов $D_{\text{лип}} = 6 \cdot 10^{-12}$ м²/с, для белков — порядка 10^{-14} м²/с



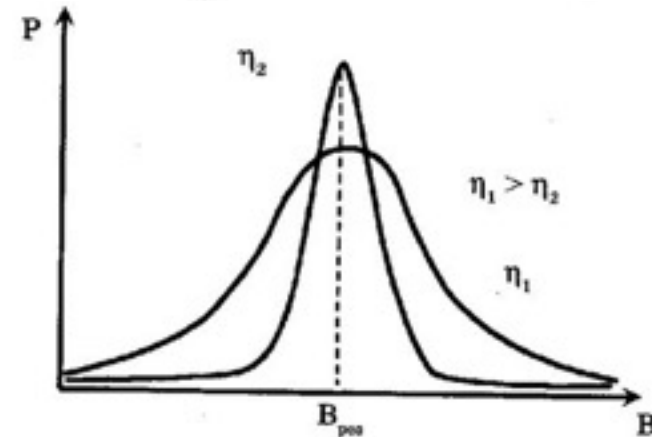
Флип-флоп

это диффузия молекул мембранных фосфолипидов поперек мембраны

Скорость перескоков молекул с одной поверхности мембраны на другую (флип-флоп) определена методом спиновых меток в опытах на модельных липидных мембранах — липосомах



- Различия в спектрах ЭПР в зависимости от способа прикрепления спиновой метки к фосфолипидной молекуле



Перескоки молекул с одной поверхности бислойа на другую (флип-флоп) совершаются значительно медленнее, чем перескоки при латеральной диффузии. Среднее время, через которое фосфолипидная молекула совершает флип-флоп ($t \sim 1$ ч), в десятки миллиардов раз больше среднего времени, характерного для перескока молекулы из одного места в соседнее в плоскости мембраны

Подвижность молекулярных компонентов в мембранах

- **Вращательная подвижность.** Время поворота липида вокруг своей оси на 1 рад $\sim 10^{-9}$ с
- **Латеральная диффузия** - перемещение молекул липидов **вдоль** слоя.
- Коэффициент латеральной диффузии $D \sim 10^{-7} - 10^{-8} \text{ см}^2/\text{с}$

Благодаря затрудненному переходу поперек мембраны поддерживаются упорядоченность в молекулярной структуре мембраны, ее анизотропия, асимметрия (относительно плоскости мембраны) расположения липидных и белковых молекул, определенная ориентация белков-ферментов поперек мембраны. Это имеет большое значение, например, для направленного переноса веществ через мембрану.

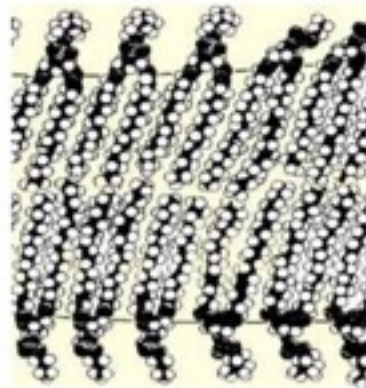
Физическое состояние и фазовые переходы липидов в мембранах

- Липидные бислойные мембраны при физиологических условиях — жидкие, время оседлой жизни фосфолипидных молекул в мембране мало — порядка 10^{-7} – 10^{-8} с.
- Вместе с тем молекулы в мембране размещены не беспорядочно, в их расположении наблюдается дальний порядок.
- Фосфолипидные молекулы находятся в двойном слое, а их гидрофобные хвосты приблизительно параллельны друг другу.
- Есть порядок и в ориентации полярных гидрофильных голов.

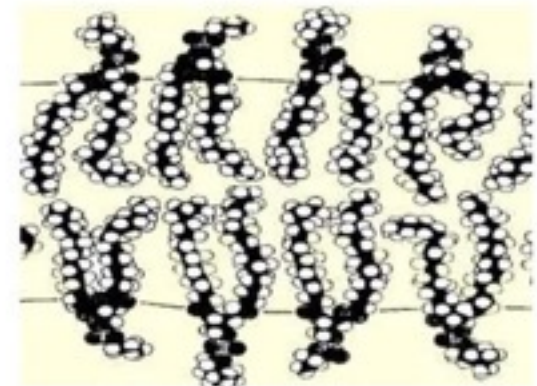
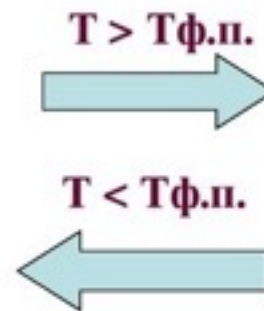
Физическое состояние, при котором есть дальний порядок во взаимной ориентации и расположении молекул, но агрегатное состояние жидкое, называется жидкокристаллическим состоянием.

• $T < T_{\text{ф.п.}}$ - Кристаллическое (гелевое, твердое) состояние, $L\beta$ – фаза (ламеллярная β -фаза)

• $T > T_{\text{ф.п.}}$ - Жидкокристаллическое (жидкое) состояние, $L\alpha$ – фаза (ламеллярная α -фаза)



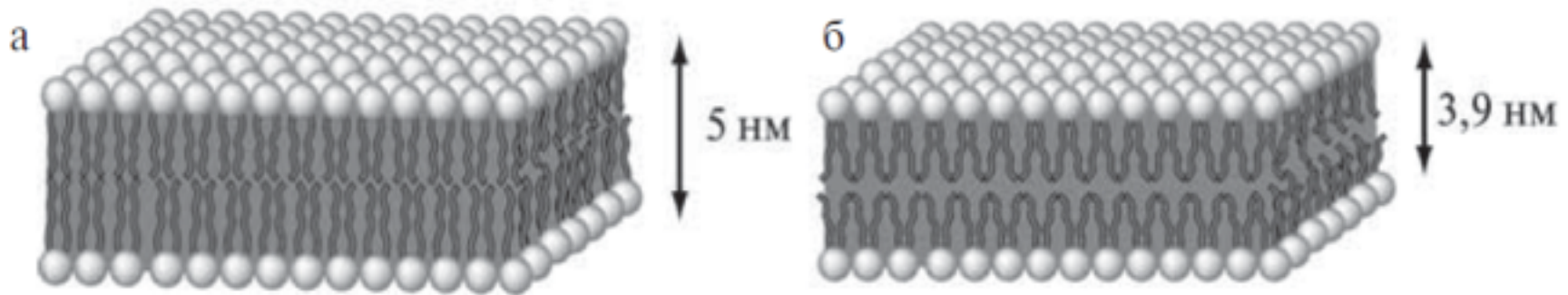
$L\beta$ – фаза



$L\alpha$ – фаза

Фазовые переходы липидов в мембранах

Толщина мембраны в гель-фазе поэтому больше, чем в жидком кристалле, однако при переходе из твердого в жидкокристаллическое состояние объем несколько увеличивается, потому что значительно увеличивается площадь, приходящаяся на одну молекулу (от 0,48 до 0,58 нм²). Так как в твердокристаллическом состоянии больше порядок, чем в жидком кристалле, ему соответствует меньшая энтропия.



Изменение структуры мембраны при переходе из гель-состояния (а) в жидкокристаллическое (б) и обратно при изменении температуры

Транспорт веществ через мембраны

- Количественными характеристиками транспорта веществ являются: **поток вещества** (Φ) – количество вещества, которое переносится за единицу времени:
 - $\Phi = dm/dt$; $[\Phi] = \text{моль/с}$.
 - Плотность потока вещества (J):
 - $J = \Phi/S = dm/(dt \cdot S)$; $[J] = \text{моль}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$.
 - **Плотность потока** - количество вещества, которое переносится за единицу времени, через единицу площади.

Химическим потенциалом данного вещества μ_k называется величина, численно равная энергии Гиббса, приходящаяся на один моль этого вещества.

Изобарно-изотермический
потенциал
(Свободная энергия Гиббса)

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

где ΔH – изменение энтальпии,
 T – абсолютная температура,
 ΔS – изменение энтропии.

Энергия Гиббса ΔG характеризует работоспособность системы, то есть определяет ту часть энергии, которая в изобарно - изотермическом процессе превращается в работу. Энергия Гиббса зависит от природы веществ - участников реакции, их массы, температуры и давления.

Абсолютное значение потенциала неизвестна,
а для расчетов используют изменение потенциала

$$\Delta G = G_2 - G_1$$

$$\Delta G^\circ_{\text{х.р., 298}} = \sum n \cdot \Delta G^\circ_{\text{f, 298 прод}} - \sum n \cdot \Delta G^\circ_{\text{f, 298 исх.}}$$

$$\Delta G = \Delta H - T \Delta S$$

кДж/моль

Энергия Гиббса - критерий равновесия и самопроизвольного протекания процесса

$\Delta G = 0$ равновесие

$\Delta G < 0$ самопроизвольный процесс

$\Delta G > 0$ процесс невозможен.

Если в системе происходит химическая реакция или система открыта (т.е. обменивается с окружающей средой веществом и энергией), то надо учесть зависимость термодинамических потенциалов от количества вещества n_i

$$dU = TdS - pdV + \sum_i \mu_i dn_i$$

$$dH = TdS + Vdp + \sum_i \mu_i dn_i$$

$$dF = -pdV - SdT + \sum_i \mu_i dn_i$$

$$dG = Vdp - SdT + \sum_i \mu_i dn_i$$

Химический потенциал



где μ – химический потенциал (работа, которую необходимо затратить, чтобы добавить в систему ещё одну частицу)

Химический потенциал характеризует приращение соответствующего термодинамического потенциала при изменении количества данного вещества при фиксированных естественных переменных и неизменных количествах остальных веществ

$$\mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial n_i} \right)_{S,V} = \left(\frac{\partial H}{\partial n_i} \right)_{S,p} = \left(\frac{\partial F}{\partial n_i} \right)_{T,V} = \left(\frac{\partial G}{\partial n_i} \right)_{T,p}$$

Химический потенциал является движущей силой при массопереносе. По мере протекания процесса химический потенциал вещества выравнивается и в момент достижения равновесия становится одинаковым во всех сосуществующих фазах.

Химический потенциал

Для разбавленного раствора $\mu = \mu_0 + RT \ln C$,

где μ_0 — стандартный химический потенциал, численно равный химическому потенциалу данного вещества при его концентрации 1 моль/л в растворе.

Электрохимический потенциал $\mu^{\sim}$

$$\mu^{\sim} = \mu_0 + RT \ln C + zF\phi,$$

где $F = 96\,500$ Кл/моль — число Фарадея; z — заряд иона электролита (в элементарных единицах заряда); ϕ — потенциал электрического поля; $T [K]$ — температура; C — концентрация.

Когда рассматривают растворы с незаряженными частицами, в учет берется лишь **концентрационный градиент**. Если раствор заряженный, движение через мембрану зависит также и от **электрического градиента**. Их комбинация называется градиентом **электрохимического потенциала**.



$F = eN_A$ — постоянная Фарадея —

величина, численно равная заряду, который необходимо пропустить через электролит для выделения на электроде одного моля одновалентного вещества.

$$F = eN_A = 96485 \text{ Кл / моль}$$

Тогда Закон Фарадея для электролиза принимает вид:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} \cdot I \cdot t$$

m — масса вещества (кг)

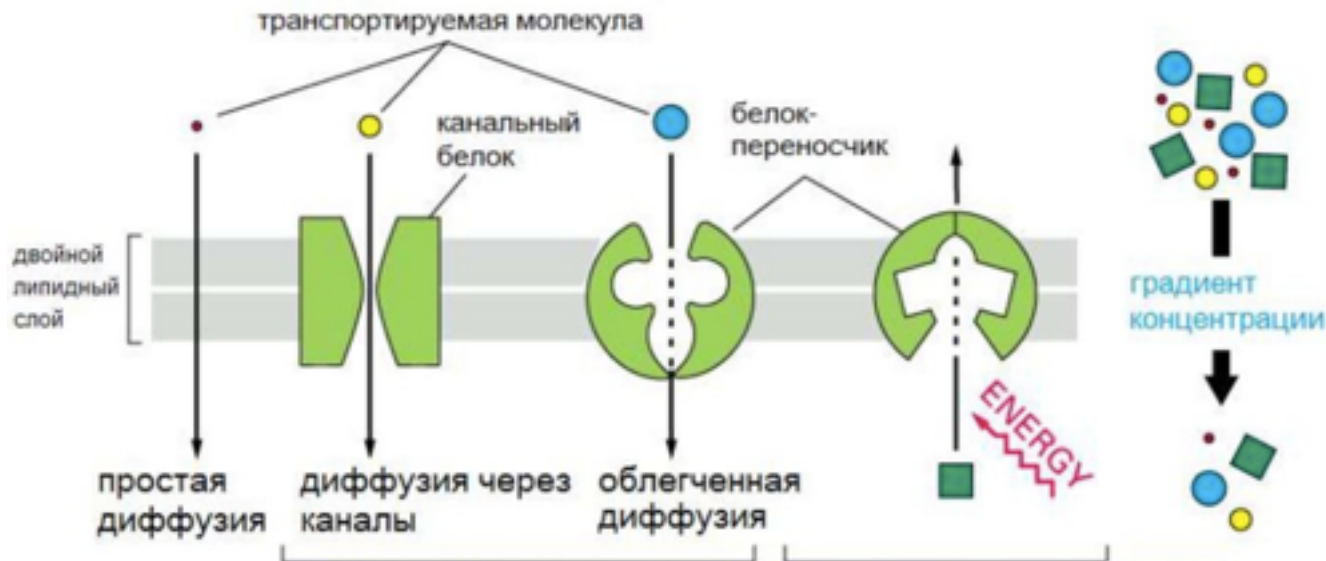
M — молярная масса (кг/моль)

n — валентность

I — сила тока (А)

t — время прохождения тока (с)

Существуют два типа транспорта: **пассивный** (происходит без затрат энергии) и **активный** (требуется энергии (АТФ)).



Пассивный транспорт

Активный транспорт

Активный транспорт происходит против градиента концентрации, что требует затрат энергии

6

Пассивный транспорт происходит, когда растворенные вещества движутся в сторону **убывания** электрохимического градиента. При активном транспорте заряженные частицы движутся в сторону **увеличения** электрохимического градиента.

Пассивный транспорт — это перенос вещества из мест с большим значением электрохимического потенциала к местам с его меньшим значением, идет самопроизвольно, без затраты энергии



Уравнение Нернста–Планка

Плотность потока вещества j при пассивном транспорте подчиняется уравнению Теорелла

$$j = - UC \, d\tilde{\mu} / dx,$$

где U — подвижность частиц; C — концентрация. Знак « $-$ » показывает, что перенос происходит в сторону убывания $\tilde{\mu}$

Плотность потока вещества — это величина, численно равная количеству вещества, перенесенного за единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению переноса:

$$j = v / S \cdot t \text{ (моль/м}^2\text{с)}$$

разбавленный раствор при $\mu_0 = \text{const}$ **уравнение Нернста–Планка**

Уравнение Нернста–Планка — это уравнение электродиффузии, т.е. диффузии заряженных частиц

$$j = -URT \, dC/dx - UCzF \, d\phi/dx$$

$$\tilde{\mu} = \mu_0 + RT \ln C + zF\phi,$$

градиент концентрации вызывает перенос вещества от мест с большей концентрацией к местам с его меньшей концентрацией, а градиент электрического потенциала вызывает перенос положительных зарядов от мест с большим к местам с меньшим потенциалом

Закон Фика

В случае неэлектролитов ($Z = 0$) или постоянства электрического поля ($d\phi/dx = 0$) уравнение Теорелла переходит в уравнение:

$$j = -UC \, d\tilde{\mu} / dx, \quad \rightarrow \quad j = -URT \, dC/dx.$$

$$j = -D \, dC/dx.$$

D

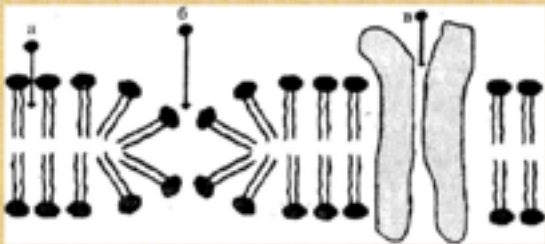
коэффициент
диффузии

уравнение, описывающее
простую диффузию —
закон Фика

$$[j] = \text{моль} / (\text{м}^2 \cdot \text{с}), \quad [D] = \text{м}^2 / \text{с}, \quad [c] = \text{моль} / \text{м}^3$$

Простая диффузия:

- а – через липидный слой
- б – через липидные поры
- в – через белковые поры



Причины пассивного транспорта

$$J_k = -U_k RT \frac{dC_k}{dx} - U_k C_k Z_k F \frac{d\phi}{dx}$$

Градиент концентрации

$$\frac{dC_k}{dx} \neq 0$$

Градиент ЭП

$$\frac{d\phi}{dx} \neq 0$$

$$j = \frac{dm}{dt \cdot S}$$

Простая диффузия — самопроизвольное перемещение вещества из мест с большей концентрацией в места с меньшей концентрацией вещества вследствие хаотического теплового движения молекул.

$$= -D_k \frac{C_{k2}^M - C_{k1}^M}{l} = D_k \frac{C_{k1}^M - C_{k2}^M}{l}$$



C_{k1}^M, C_{k2}^M — концентрация вещества в мембране с разных сторон

C_{k1}, C_{k2} — концентрация вещества вне мембраны (вблизи поверхностей)

$$J_k = D_k \frac{C_{k1}^M - C_{k2}^M}{l} = \frac{D_k K}{l} (C_{k1} - C_{k2})$$

$$C_{k1}^M = k C_{k1}$$

$$C_{k2}^M = k C_{k2}$$

$$J_k = P_k (C_{k1} - C_{k2})$$

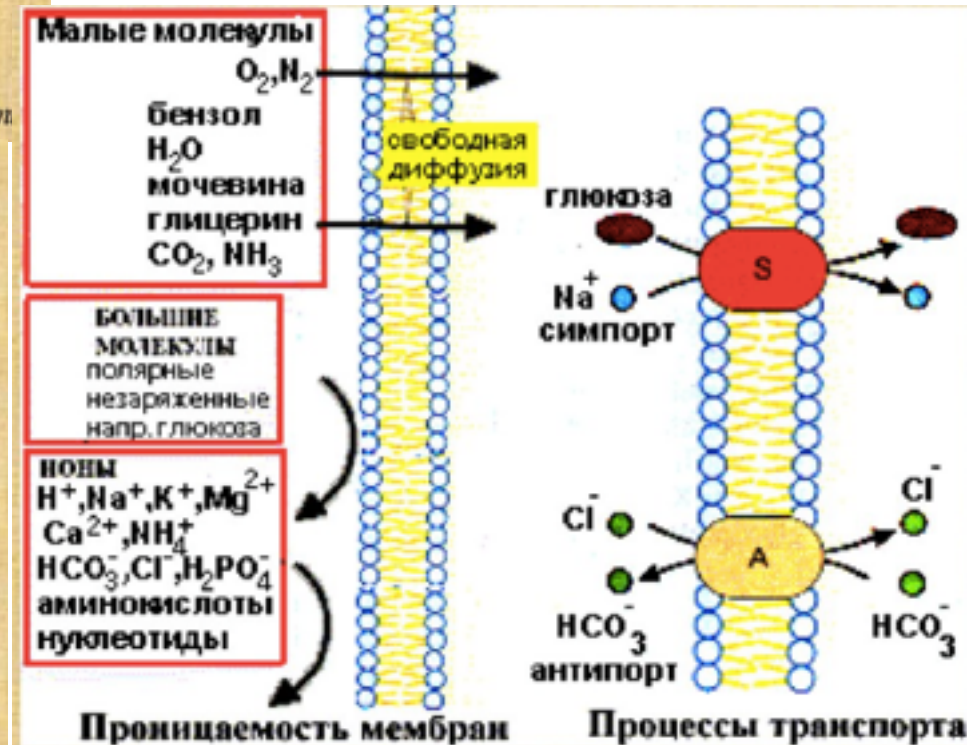
$$P_k = \frac{D_k K}{l} = \frac{U_k R T K}{l} - \text{проницаемость мембраны}$$

K носит название коэффициента распределения, который показывает соотношение концентрации вещества вне мембраны и внутри нее

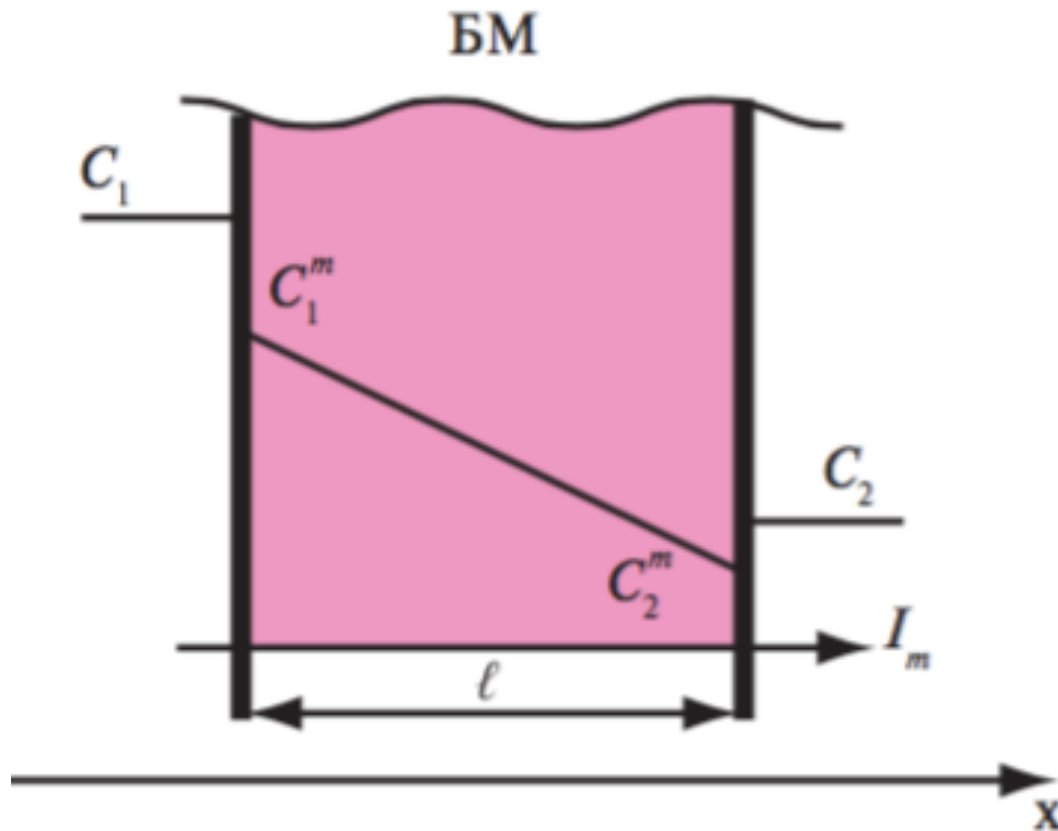
- Зависит от размера и формы молекул

- Для малых молекул $\approx 10^{-5} \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$

- Для сферических молекул $D_k = \frac{kT}{6\pi r_k \eta_k}$



Проницаемость мембраны



$$P = Dk/l,$$

Водные поры не пропускают растворенные в воде катионы (Agre P., MacKinnen R., 2002, Нобелевская премия).

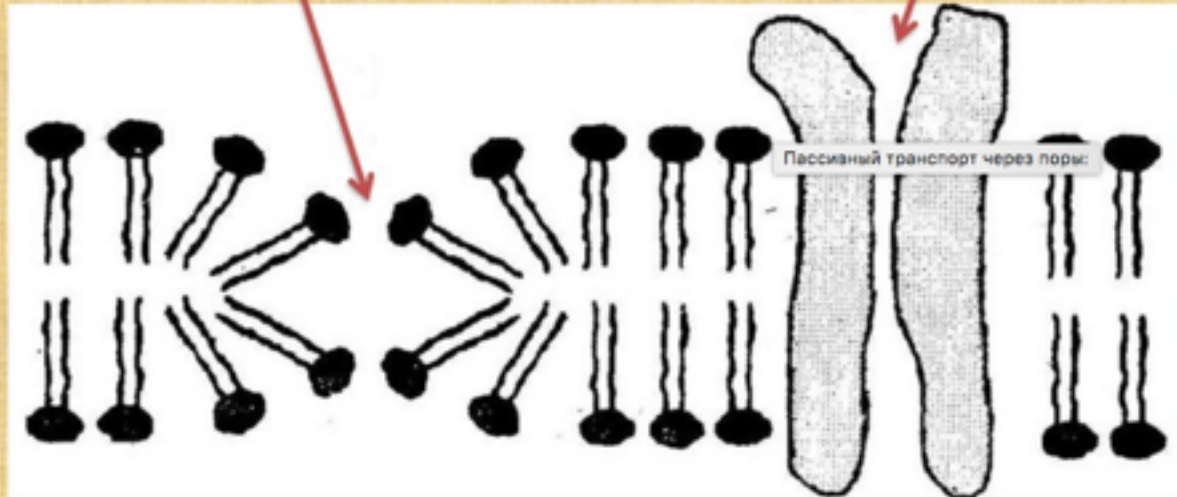
Так как плотность потока вещества j имеет размерность моль/м²·с, концентрация C — моль/м³, размерность коэффициента проницаемости P — м/с.

Коэффициент проницаемости тем больше, чем больше коэффициент диффузии (чем меньше вязкость мембраны), чем тоньше мембрана (чем меньше l) и чем лучше вещество растворяется в мембране (чем больше k).

Пассивный транспорт через поры:

**Липидные
поры – гидрофильные
поры в липидном
бислое**

**Белковые
поры**



ЛИПИДНЫЕ ПОРЫ

Размеры канала
изменяются в
зависимости от внешних
условий и имеют
динамический характер

Размеры варьируются в
широких пределах, поры
могут «затекать»

Нет выраженной
избирательности
каналов - универсальны

БЕЛКОВЫЕ ПОРЫ

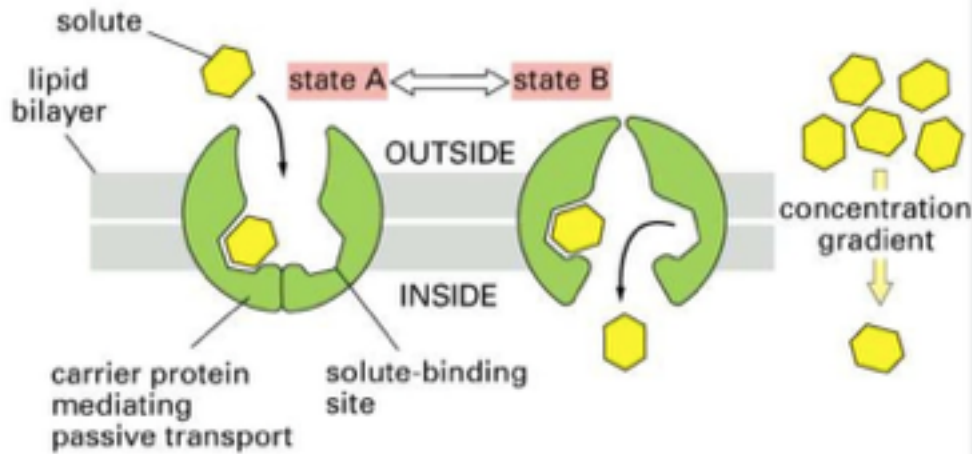
Размер сохраняется на
протяжении всей жизни
поры

Фиксированный набор
радиусов

Избирательность
переноса

Облегченная диффузия

Транспортные белки связывают растворенное вещество с одной стороны мембраны, претерпевают конформационные изменения и освобождают раствор с другой стороны мембраны.

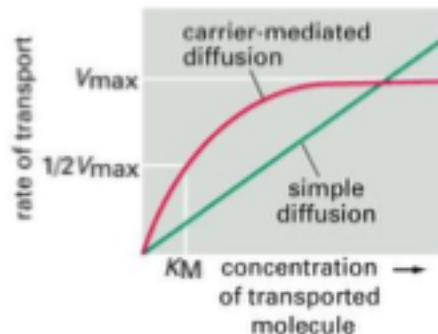


Насыщаемость

- конечное число переносчиков
- каждый переносчик требует времени на перенос

Специфичность:

каждый транспортный белок связывается лишь с ограниченным множеством химических структур.



Облегченная диффузия обладает свойством насыщения — при увеличении концентрации с одной стороны мембраны плотность потока вещества возрастает лишь до некоторого предела, когда все молекулы переносчика уже заняты;

Примером облегченной диффузии является действие системы транспорта глюкозы через мембраны эритроцитов и мышечных клеток. Другой пример - антипорт бикарбоната и ионов гидроксила в плазматической мембране эритроцитов.

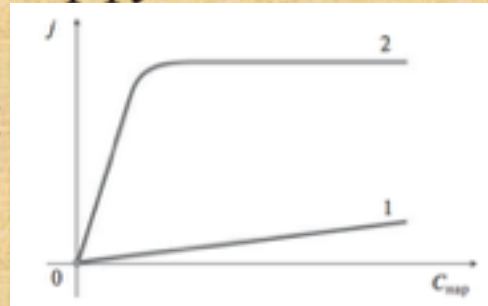
Пассивный транспорт: облегченная диффузия

С ПОДВИЖНЫМ
ПЕРЕНОСЧИКОМ

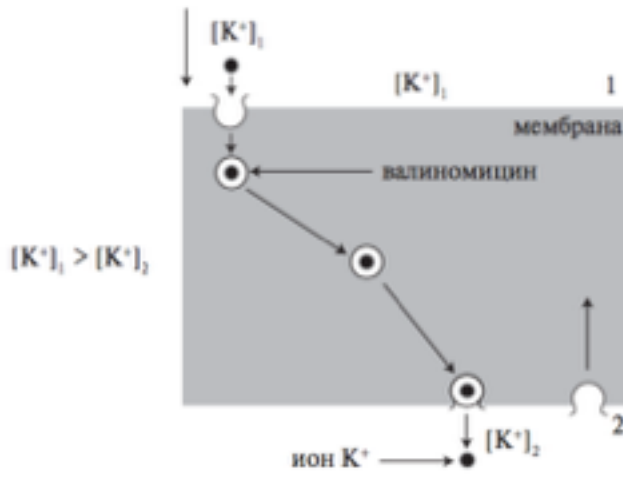
С ФИКСИРОВАННЫМ
ПЕРЕНОСЧИКОМ

Отличия от простой диффузии:

1. Значительно быстрее
2. Имеет свойство насыщения переносчики - заняты)
3. Высокая специфичность
4. Вещества – блокаторы облегченной диффузии (ингибиторы)



Облегченная диффузия происходит при участии молекул-переносчиков. Например, антибиотик валиномицин — переносчик ионов калия.



Если с одной стороны концентрация калия больше, чем с другой ($[K^+]_1 > [K^+]_2$), то здесь ионы будут чаще захватываться молекулами переносчика, чем с другой стороны, и поток калия в сторону уменьшения $[K^+]$ будет больше, чем в противоположную

Молекула валиномицина в воде имеет форму манжетки, устланной внутри полярными группами, а снаружи — неполярными, что способствует хорошему растворению валиномицина в липидном бислое мембраны.

Фильтрация

Фильтрацией называется движение раствора через поры в мембране под действием градиента давления. Скорость переноса при фильтрации подчиняется **закону Пуазейля**:

УРАВНЕНИЕ ПУАЗЕЙЛЯ:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{P_1 - P_2}{l}, \quad \text{где}$$

R – радиус трубы (сосуда)

η – вязкость жидкости (крови)

$(P_1 - P_2)$ – перепад давлений на концах трубы (сосуда)

l – длина трубы (сосуда)

Q — ОБЪЁМНАЯ СКОРОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ТРУБКУ, $\text{м}^3/\text{с}$

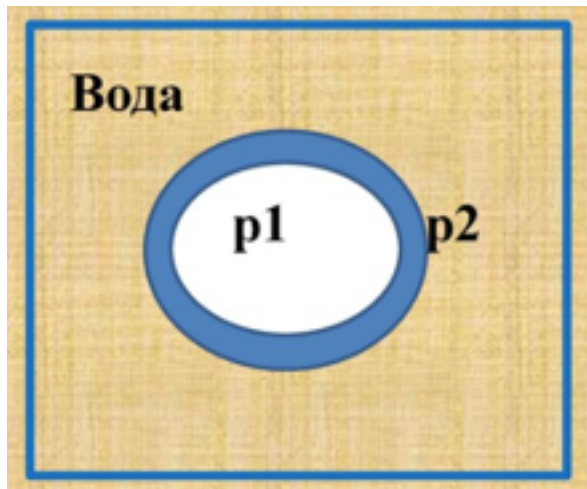
$$dV/dt = (P_1 - P_2)/W,$$

где dV/dt — объемная скорость переноса раствора; $W = 8\eta l/\pi r^4$; l — длина поры; r — ее радиус; η — вязкость.

При установившемся **ламинарном течении** вязкой несжимаемой жидкости сквозь длинную (то есть при длине трубы многократно превышающей её диаметр) прямую цилиндрическую трубу (**капилляр**) круглого сечения **объёмный расход** жидкости прямо пропорционален перепаду давления на единицу длины трубы и четвёртой степени радиуса и обратно пропорционален **коэффициенту вязкости жидкости**.

Осмос

преимущественное движение молекул воды через полупроницаемые мембраны (непроницаемые для растворенного вещества и проницаемые для воды) из мест с меньшей концентрацией растворенного вещества в места с большей концентрацией.



Осмотическое давление

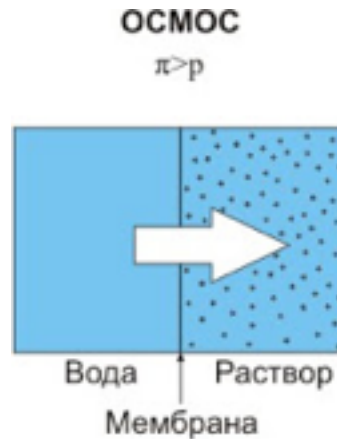
Осмотическое давление (π) равно силе, приходящейся на единицу поверхности мембраны, которую нужно приложить, чтобы предотвратить проникновение молекул растворителя из раствора с меньшей концентрацией в раствор с большей концентрацией.

Закон Вант-Гоффа:

$$\pi = cRT$$

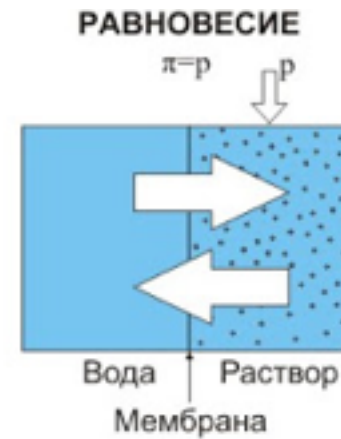
$$\pi V = nRT$$

Осмотическое давление измеряется в мосмолях, или в атмосферах, или в мм рт ст

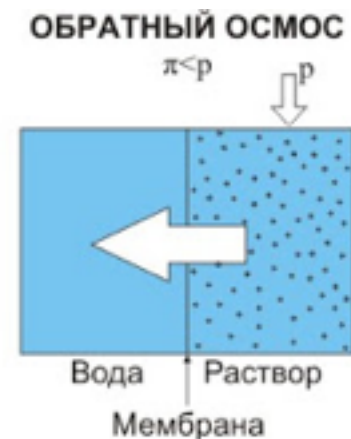


В процессе осмоса растворитель (вода) переходит из области с меньшей концентрацией растворенных веществ в область с большей концентрацией через полупроницаемую мембрану под действием градиента осмотического давления.

где π - осмотическое давление



Если приложить к раствору давление, равное осмотическому, то наступает равновесие: сколько воды переходит справа-налево, столько и слева-направо.



При обратном осмосе вода под давлением, большим осмотическому и создаваемого насосом, проходит через полупроницаемую мембрану, а растворенные вещества задерживаются.



- Осмос играет большую роль во многих биологических явлениях.
- Явление осмоса обуславливает гемолиз эритроцитов в гипотонических растворах.

Исполнительные органы и механизмы

ПОВЕДЕНИЕ –
Формирование
ЖАЖДЫ

УДАЛЕНИЕ

ПОЧКИ

МОЧОИ

МОЧИ

ЛЕГКИЕ

Осм

Давл

7,6
Атм

300
МОСМ

СЕКРЕЦИЯ

ЖКТ

ВОДЫ И СОЛЕИ

ПОТОВЫЕ ЖЕЛЕЗЫ

МЕСТНЫЕ МЕХАНИЗМЫ - ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ
ВОДЫ И СОЛЕЙ В ОРГАНИЗМЕ

Активный Транспорт Веществ

Активный транспорт — это перенос вещества из мест с меньшим значением электрохимического потенциала в места с его большим значением, идет только с затратами внешней энергии.

Активный транспорт в мембране сопровождается ростом энергии Гиббса, он не может идти самопроизвольно, а только в сопряжении с процессом гидролиза аденозинтрифосфорной кислоты (АТФ), т.е. за счет затраты энергии, запасенной в макроэргических связях АТФ.

Схема активного транспорта

Перенос k -ого вещества против градиента ЭХП, то есть из мест с меньшим значением ЭХП к местам с большим значением ЭХП



опыт Уссинга

Существование активного транспорта веществ через биологические мембраны впервые было доказано в опытах Уссинга (1949) на примере переноса ионов натрия через кожу лягушки

$$j = - UC \, d\tilde{\mu} / dx,$$

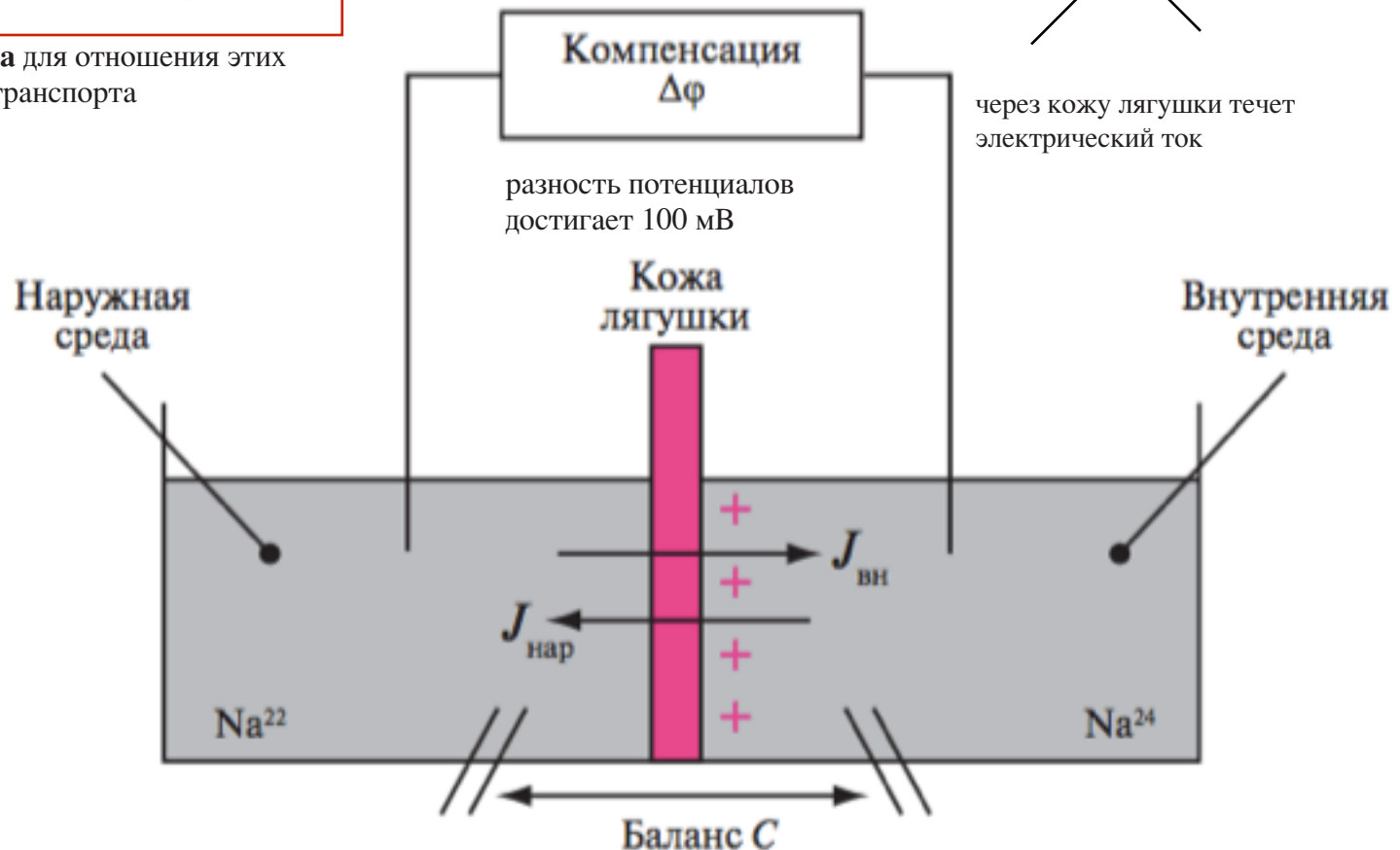
$$J_{\text{вн}}/J_{\text{нар}} = C_{\text{нар}}/C_{\text{вн}} \exp [zF\Delta\phi/RT].$$

уравнение Уссинга–Теорелла для отношения этих потоков в случае пассивного транспорта

~~пассивный перенос?~~

болото

существуют механизмы, переносящие Na^+ из воды, где его мало, под кожу лягушки, где его много



Функции Активного Транспорта Вещества

- Создание градиента концентрации вещества
- Создание градиента электрического потенциала
- Создание градиента давления

Фермент	Тип клеток	Локализация	Функция
Na, K-АТФ-аза	Большинство животных и растительных клеток	Плазматическая мембрана	Поддерживает высокую внутриклеточную концентрацию K
H-АТФ-аза	Обкладочные клетки слизистой желудка	Плазматическая мембрана	Секретирует H ⁺ в желудочный сок
H-АТФ-аза	Животные и растительные клетки, бактерии	Внутренняя мембрана митохондрий, внутренняя мембрана хлоропластов, плазматическая мембрана	Участвует в окислительном фотосинтетическом фосфорилировании АДФ до АТФ
Ca-АТФ-аза	Животные клетки	Плазматическая мембрана	Выкачивает Ca ²⁺ из клеток, способствуя их накоплению в цитозоле
		Саркоплазматический ретикулум	Способствует накоплению Ca ²⁺ в цистернах саркоплазматического ретикулума, вызывая расслабление мышц

Активный Транспорт Веществ

Виды активного транспорта

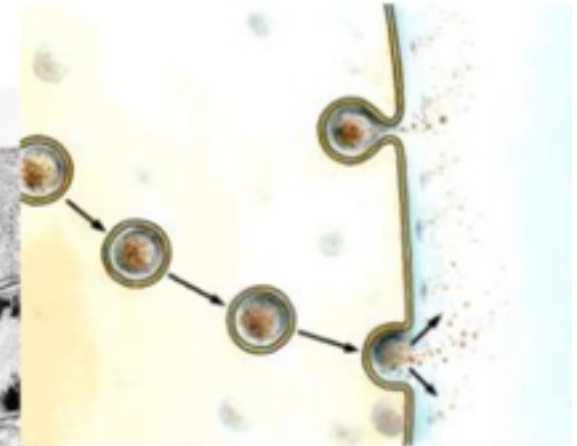
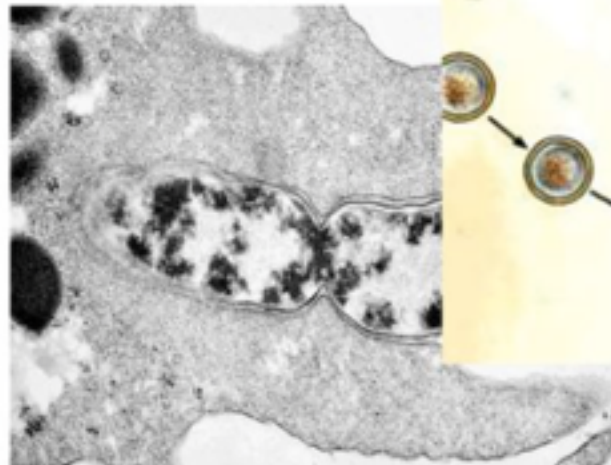
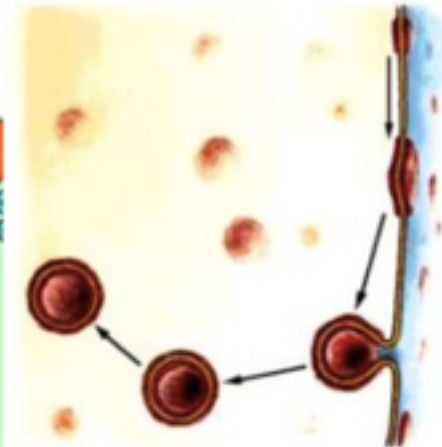
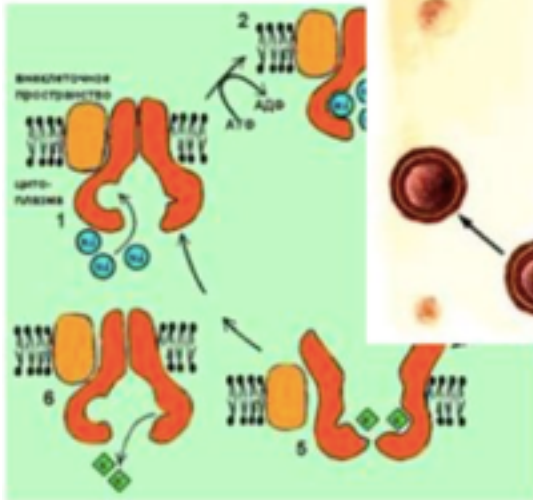
Ионные
насосы

Экзоцитоз

Эндоцитоз

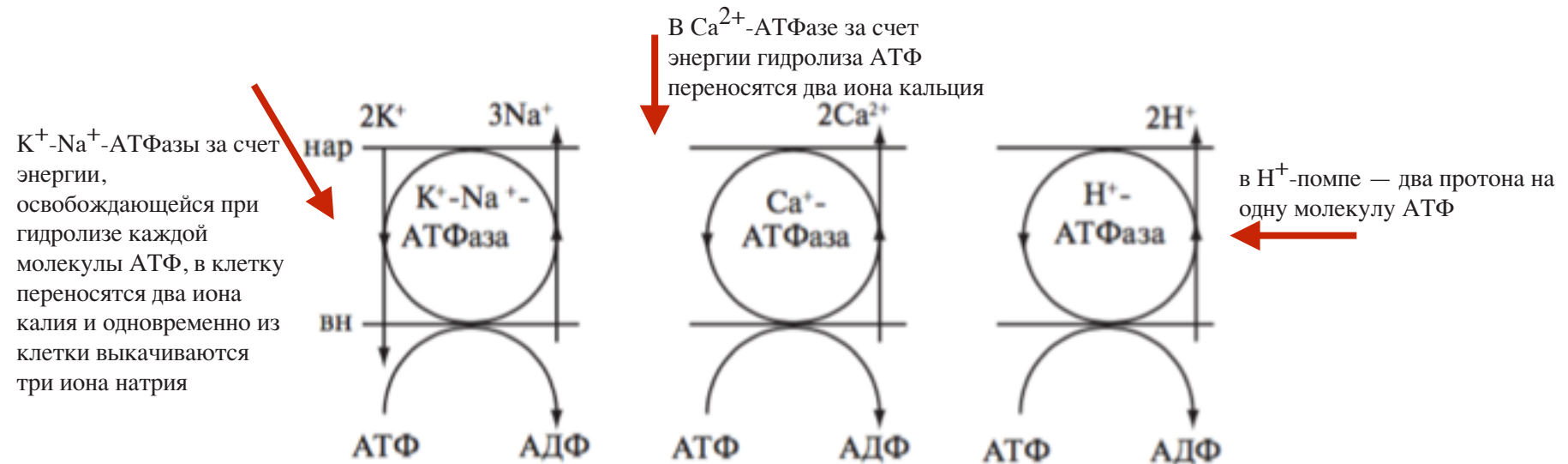
Фагоцитоз

Пиноцитоз



Ионные Насосы В Мембранах

Через ионные каналы идет пассивный перенос ионов. Например, K^+ выходит из клетки в соответствии с градиентом концентрации, а Na^+ при возбуждении входит в клетку извне. Но в этом случае через некоторый период времени концентрации K^+ и Na^+ внутри клетки и снаружи должны сравняться, и тогда $grad C_k = 0$ и $grad C_{Na} = 0$. Согласно уравнению Нернста–Планка потоки также будут равны нулю, и **тогда жизнедеятельность прекратится**.



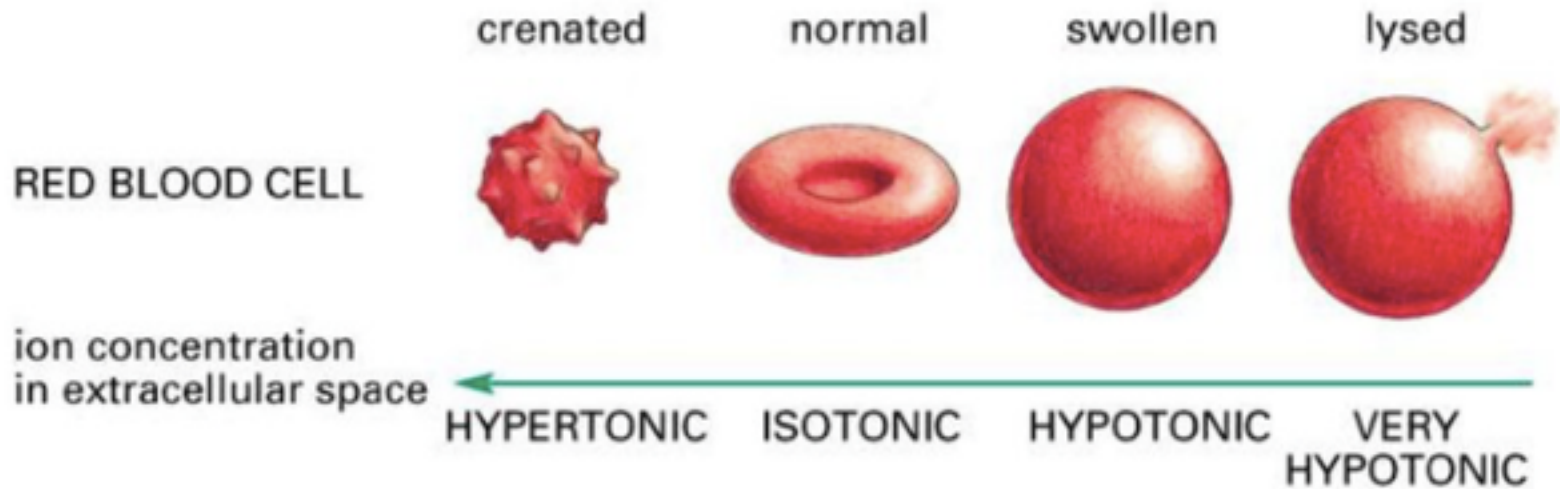
Виды ионных насосов: а — калиево-натриевый насос; б — кальциевый насос; в — протонный насос

В биологических мембранах имеются сложные белковые комплексы фермента АТФазы, работающие за счет свободной энергии гидролиза АТФ. Такие комплексы получили название **ИОННЫХ НАСОСОВ**.

Na⁺-K⁺ насос помогает **стабилизировать объем клетки**.

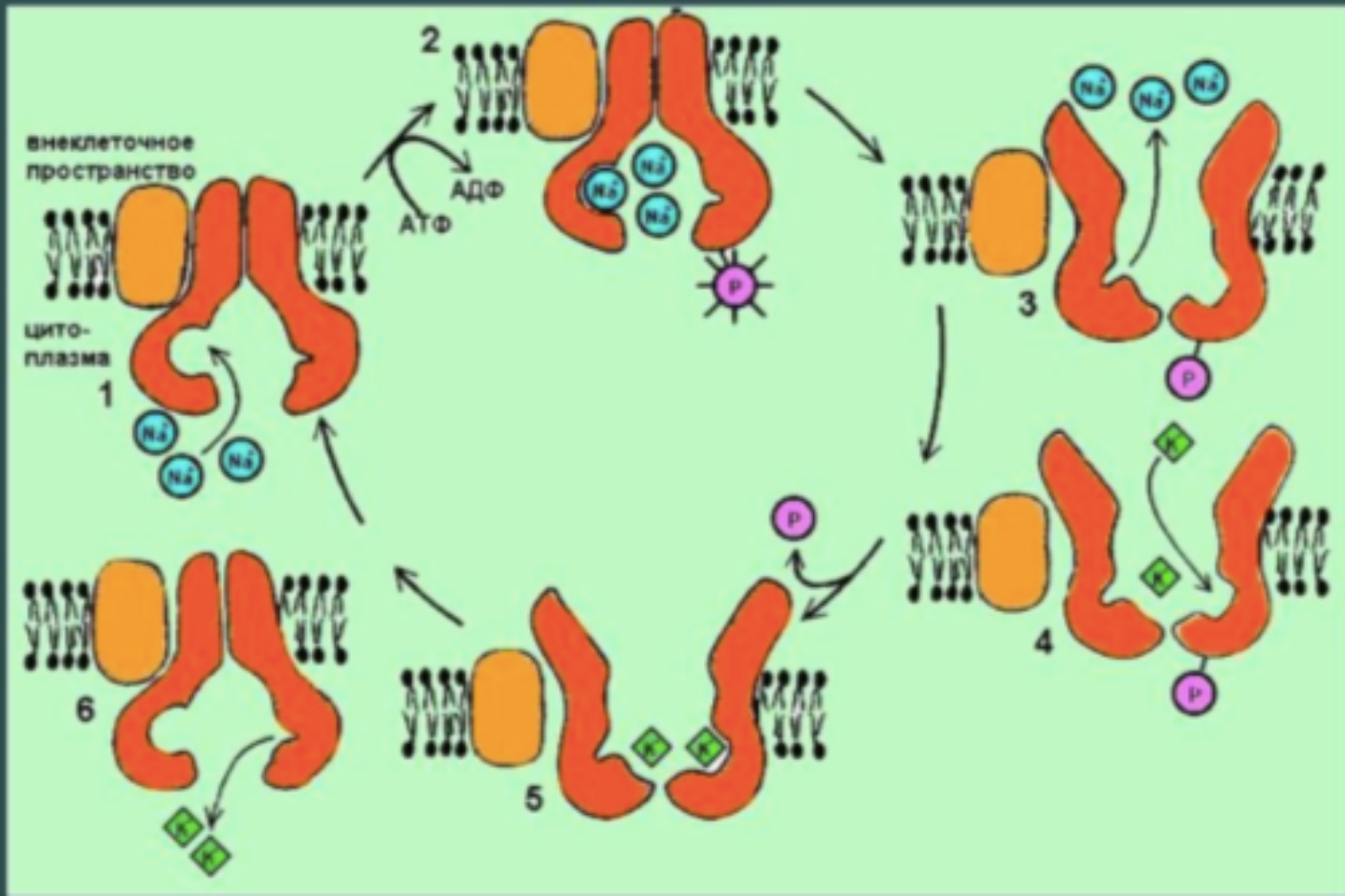
Наблюдение: блокирование Na⁺-K⁺ насоса с помощью токсина (аубаин) приводит клетку к раздуванию и лопанью.

Объяснение: высокая концентрация раствора внутри клетки вызывает движение в нее воды (осмос). Na⁺-K⁺ насос поддерживает концентрацию Na⁺ и, непрямым образом, Cl⁻ снаружи клетки, препятствуя воде проникать в клетку.



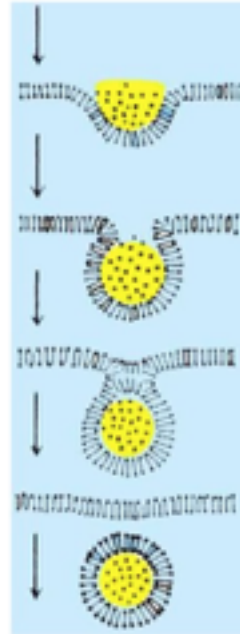
Натрий-калиевый насос

За один цикл работы насос выкачивает из клетки 3 Na^+ и закачивает 2 K^+ за счет энергии одной макроэргической связи молекулы АТФ.



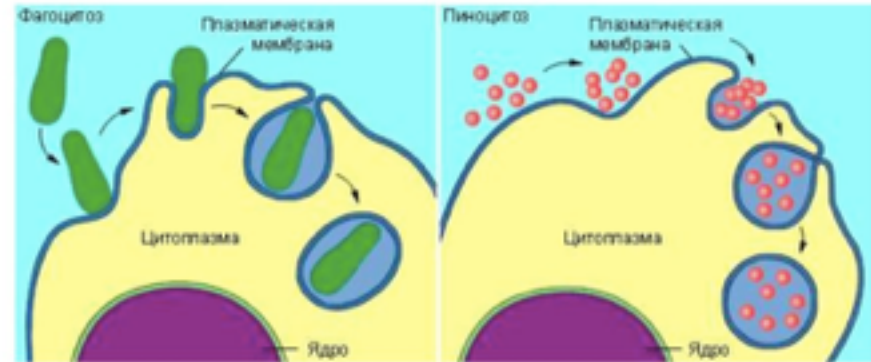
Активный Транспорт Веществ

Эндоцитоз - процесс поглощения макромолекул клеткой. При эндоцитозе плазматическая мембрана образует впячивание, края ее сливаются, и происходит отшнуровывание в цитоплазму *везикул* – эндоцитарных вакуолей.



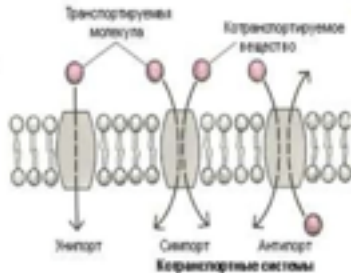
Фагоцитоз — захват и поглощение крупных частиц (например, фагоцитоз лимфоцитов, простейших и др)

Пиноцитоз — процесс захвата и поглощения капелек жидкости с растворенными в ней веществами.



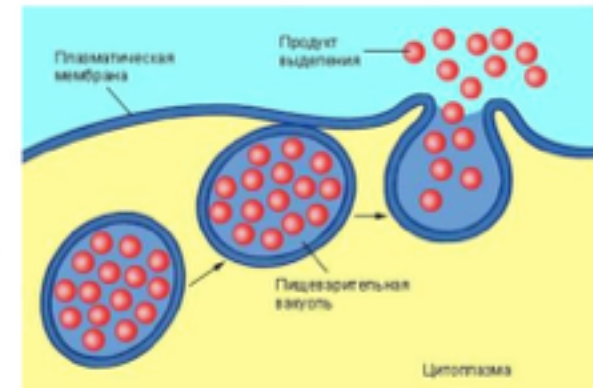
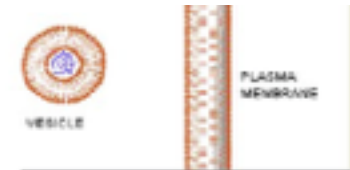
Котранспорт

- Некоторые транспортные белки переносят одно растворённое вещество (молекул газов, воды) через мембрану - **унипорт**.
- Другие функционируют как **котранспортные** системы, в которых перенос одного растворённого вещества зависит от одновременного или последовательного переноса второго вещества.
- Второе вещество может транспортироваться в том же направлении - **симпорт** (ионов или молекул двух различных веществ, например перенос ионов натрия и глюкозы через мембрану клеток эпителия тонкой кишки) либо в противоположном - **антипорт**.



Котранспорт возможен как при **облегченной диффузии**, так и в процессе **активного транспорта**.

- Экзоцитоз** - процесс, обратный эндоцитозу.
- Таким способом выводятся гормоны, полисахариды, белки, жировые капли и другие продукты клетки.
- Они заключаются в пузырьки, ограниченные мембраной, и подходят к плазмалемме.
- Обе мембраны сливаются, и содержимое пузырька выводится в среду, окружающее клетку.



Секреция посредством экзоцитоза

Липидные Поры В Мембранах

Бимолекулярный слой фосфолипидов составляет основу любой клеточной мембраны.

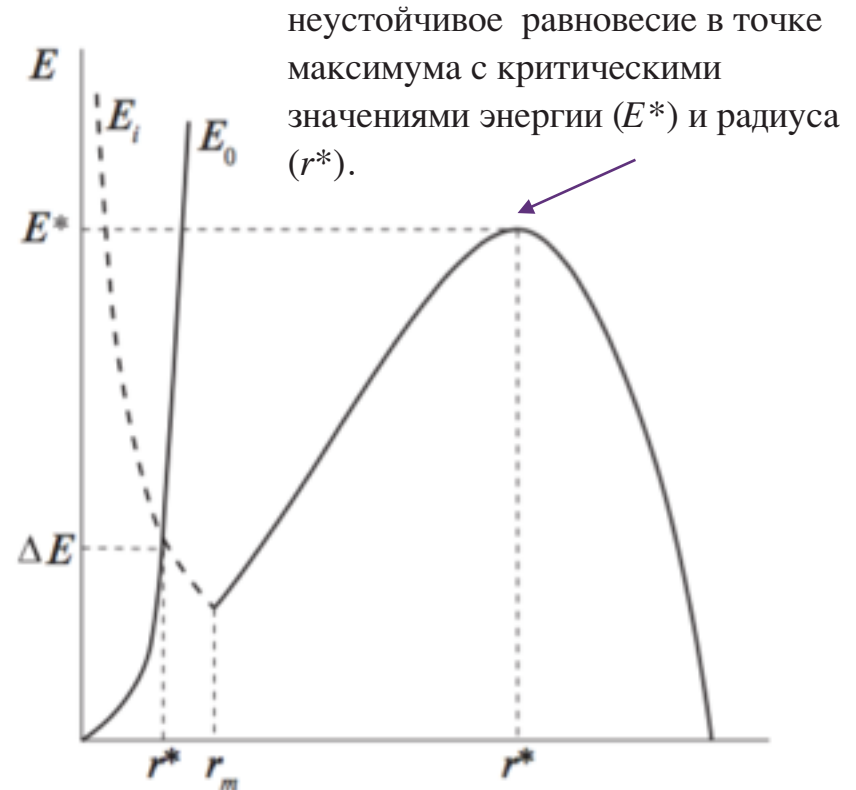


Бислойная липидная мембрана с липидными порами

$$E(r) = 2\pi r\gamma - \pi r^2\sigma,$$

энергия кромки поры
с линейным
натяжением γ

энергия
поверхностного
натяжения всей
мембраны σ



Зависимость энергии поры от ее радиуса (по К. Меликову).

$$dE/dr = 0 \rightarrow 0 = 2\pi\gamma - 2\pi\sigma r^*, \rightarrow r^* = \gamma/\sigma. \rightarrow E^* = \pi\gamma^2/\sigma.$$

точка равновесия

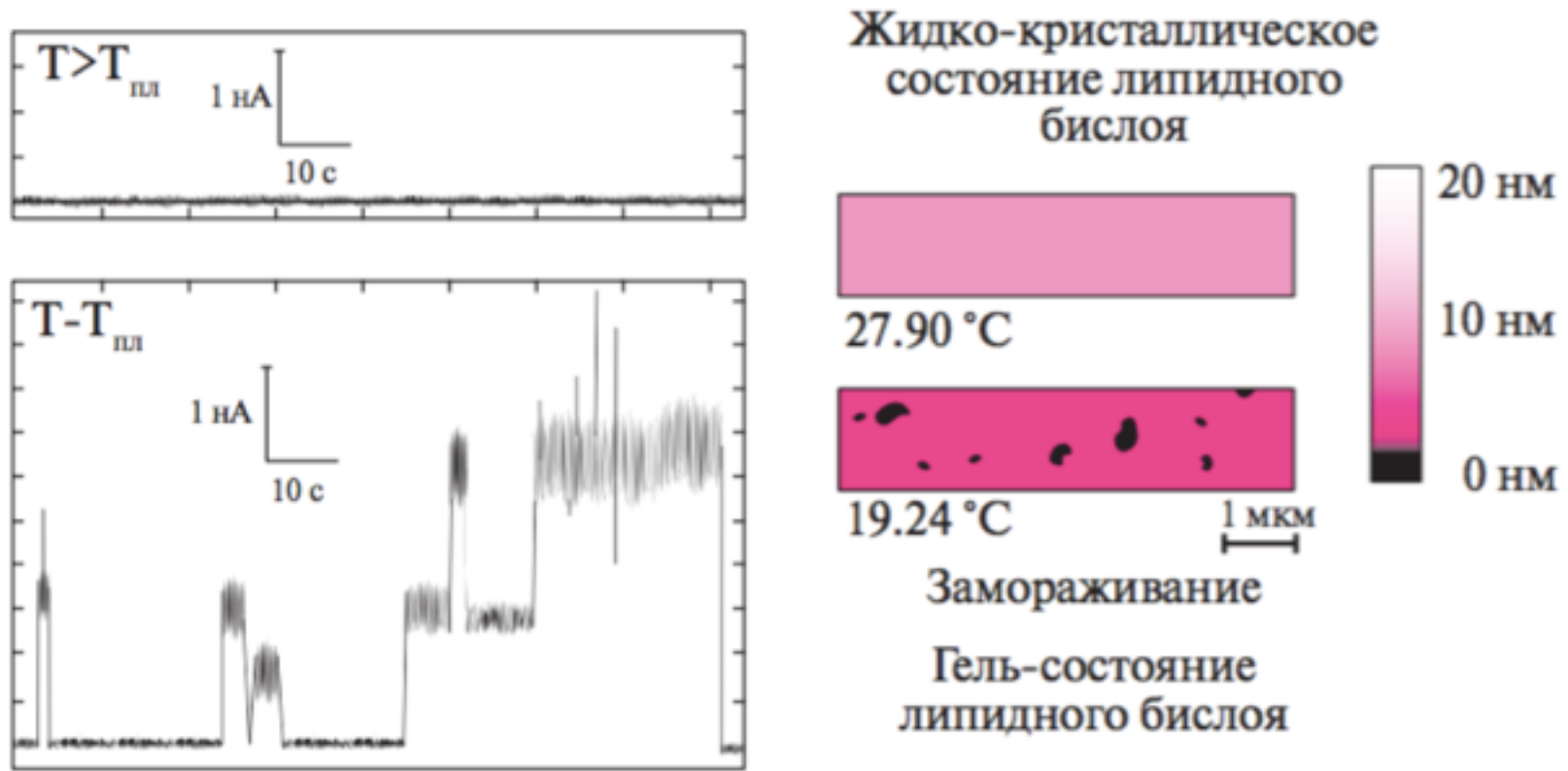
тождество

критический радиус поры r^*

Высота энергетического барьера

при появлении пор с $r < r^*$ пора будет затекать и стабильность мембраны сохранится, появление пор с $r > r^*$ приведет к полному разрыву липидного бислоя

При температурных фазовых переходах мембранных липидов из жидкокристаллического состояния в твердое гелеобразное состояние в липидном бислое образуются сквозные ионные каналы, выявляемые по флуктуациям тока



Появление липидных пор в плоской бислоистой липидной мембране при температурном фазовом переходе из жидкокристаллического состояния в гель: а — флуктуации тока, указывающие на появление трансмембранных липидных пор по данным электрических измерений; б — то же, по данным, полученным с помощью атомного силового микроскопа

Эффект образования липидных трансмембранных пор при температуре фазового перехода липида нашел применение в клинической медицине при направленной доставке лекарств.

Электрический пробой мембран

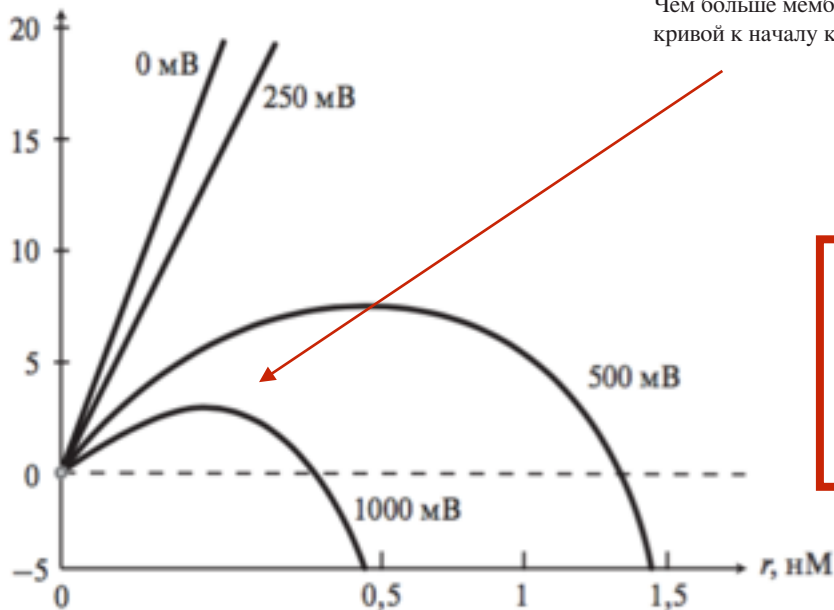
Электрический пробой - резкое увеличение силы электрического тока в первоначально слабопроводящей среде. В живой клетке такой средой служит бимолекулярный слой липида.

$$E = 2\pi r \gamma - \pi r^2 (\sigma + C\phi^2/2),$$

$$\text{где } C = (\epsilon_B/\epsilon_M - 1)C_0,$$

где ϵ_B — диэлектрическая проницаемость воды; ϵ_M — диэлектрическая проницаемость мембраны; ϕ — мембранный потенциал; C_0 — емкость единицы площади мембраны, не содержащей дефектов.

Энергия поры, E , 10^{-21} Дж



Чем больше мембранный потенциал, тем меньше значение энергии поры и тем больше смещается максимум кривой к началу координат.

Высота энергетического барьера с учетом поля

$$E^* = \pi \gamma^2 / (\sigma + C\phi^2/2).$$

$$r^* = \gamma / (\sigma + C\phi^2/2).$$

Критический радиус

Энергия поры как функция радиуса поры при различных значениях мембранного потенциала

зависимость критической поры от мембранного потенциала становится заметной лишь при значительном превышении электрической составляющей над величиной поверхностного натяжения.

Стабильность бислойных мембран

Стабильность бислойных мембран определяется:

- вероятностью появления пор критического радиуса
- снижением краевой энергии поры,
- ростом поверхностного натяжения и ростом мембранного потенциала.

Задача 1. Чему равен коэффициент диффузии вещества в мембране, если при градиенте концентрации вещества в мембране 10^4 моль/м⁴ поток вещества сквозь мембрану площадью 1 см² равен 0,01 моль/с?

• Решение.

• $J = -D \cdot S \cdot (dc/dx)$, откуда: $D = |J| / (S \cdot (dc/dx)) =$
 $= 10^{-2} \text{ моль/с} / (10^4 \text{ моль/м}^4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2) = 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}.$

Ответ: $D = 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}.$

Задача 2. Чему равна плотность потока формамида через плазматическую мембрану Characera torphylla толщиной 8 нм, если коэффициент диффузии этого вещества составляет $1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$, концентрация формамида в начальный момент времени снаружи была равна $0,2 \text{ моль/м}^3$, а внутри в 10 раз меньше?

• Решение.

• $J = -D \cdot (dc/dx)$, откуда: $J = (1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с} \cdot 0,18 \text{ моль/м}^3) / (8 \cdot 10^{-9} \text{ м}) = 3,15 \text{ кмоль/м}^2/\text{с}$.

Ответ: $J = 3,15 \text{ кмоль/м}^2/\text{с}$.

Задача 3

Определить время, в течение которого через поверхность площадью $S = 1 \text{ м}^2$ продиффундирует воздух массой $m = 720 \text{ мг}$ из почвы в атмосферу, если принять коэффициент диффузии воздуха $D = 0,04 \text{ см}^2/\text{с}$, градиент плотности $\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = -0,50 \cdot 10^{-6} \text{ г/см}^4$.

Дано:

$$S = 1 \text{ м}^2$$

$$m = 720 \text{ мг} = 720 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$$

$$D = 0,04 \text{ см}^2/\text{с} = 0,04 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = -0,50 \cdot 10^{-6} \text{ г/см}^4 =$$

$$= -0,05 \text{ кг/м}^4$$

$$t = ?$$

Решение:

Масса газа, перенесенного в результате диффузии,

выражается формулой Фика: $m = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} S t$

Из нее выразим время: $t = -\frac{m}{D(\Delta \rho / \Delta x)S}$.

Сделаем расчет времени диффузии:

$$t = -\frac{7,2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-6} \cdot (-0,05) \cdot 1} = 3,60 \cdot 10^3 \text{ с} = 1 \text{ час.}$$

Ответ: диффузия происходит в течение одного часа.

Задача 4. Какой градиент концентрации вещества в мембране, если при коэффициенте диффузии вещества в мембране равном $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ поток вещества сквозь мембрану площадью $3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ составил 0,036 моль/с?

• Решение.

• $\Phi = -D \cdot S \cdot (dc/dx)$, откуда: $(dc/dx) = \Phi / (D \cdot S) =$
 $= (36 \cdot 10^{-2} \text{ моль/с}) / (1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2) =$
 $= 10^7 \text{ моль/м}^4$. Ответ: $(dc/dx) = 10^7 \text{ моль/м}^4$.

Задача 3

Мембрана эритроцитов проницаема только для анионов, так как пассивный поток катионов компенсируется активным транспортом. Рассчитайте мембранный потенциал Нернста при 37°C и укажите направление градиента потенциала, если соотношение $\frac{[Cl^-]_i}{[Cl^-]_o} = 0,68$ является постоянным для эритроцитарных мембран человека.

Дано:

$$\frac{[Cl^-]_i}{[Cl^-]_o} = 0,68$$

$$t = 37^\circ\text{C} = 37 + 273 =$$

$$310\text{ K}$$

$$\Delta\varphi - ?$$

Решение:

Воспользуемся для расчетов уравнением Нернста

$$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_o = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_o}{c_i} = \frac{RT}{F} \ln \frac{c_i}{c_o} . \quad \text{Подставим значения:}$$

$$\Delta\varphi = \frac{8,31 \cdot 310}{96500} \ln 0,68 = 0,0267 \cdot \ln 0,68 = 0,0267(-0,386) = -10\text{ мВ}$$

Ответ: Мембранный потенциал Нернста мембраны эритроцитов равен -10 мВ.

Контрольные вопросы и задачи

1. Удельная электрическая емкость мембраны аксона, измеренная внутриклеточным микроэлектродом, оказалась равной $0,5 \text{ мкФ/см}^2$. По формуле плоского конденсатора оценить толщину гидрофобного слоя мембраны с диэлектрической проницаемостью 2.
2. Какое расстояние на поверхности мембраны эритроцита проходит молекула фосфолипида за 1 с в результате латеральной диффузии? Коэффициент латеральной диффузии принять равным $10\text{--}12 \text{ м}^2/\text{с}$. Сравните с окружностью эритроцита диаметром 8 мкм.
3. При фазовом переходе мембранных фосфолипидов из жидкокристаллического состояния в гель толщина бислоя изменяется. Как при этом изменится электрическая емкость мембраны? Как изменится напряженность электрического поля в мембране?
4. С помощью спин-меченых молекул фосфолипидов установлен градиент вязкости по толщине мембраны. Опишите эксперимент. Где вязкость выше: у поверхности мембраны или в ее центре?
5. Критический радиус липидной поры в мембране зависит от краевого натяжения поры, поверхностного натяжения мембраны и мембранного потенциала. Вывести формулу для критического радиуса поры. Рассчитать критический радиус поры при отсутствии мембранного потенциала. Принять краевое натяжение поры $10\text{--}11 \text{ Н}$, поверхностное натяжение липидного бислоя $0,3 \text{ мН/м}$.
6. Как изменится облегченная диффузия ионов калия с участием молекулы валиномицина после фазового перехода мембранных липидов из жидкокристаллического состояния в гель.
7. Покажите, что уравнение Нернста-Планка сводится к уравнению Фика для диффузии незаряженных частиц.
8. В клеточных мембранах известны три ионных насоса: $\text{Na}^+\text{--K}^+$ -насос, протонный насос, кальциевый насос. Каким образом осуществляется при этом активный транспорт сахаров и аминокислот?

Механические волны. Колебания. Звук

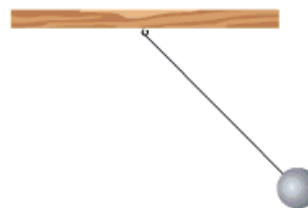
Коплак О.В.

Колебаниями называют движения или процессы, характеризующиеся той или иной степенью повторяемости во времени.

механическая, электрическая, тепловая, биологическая природа

Примеры:

- маятник часов,
- струны музыкальных инструментов,
- изменяются величины напряжения в электрическом контуре
- суточная температура воздуха,
- сокращается сердечная мышца,
- возникают нервные импульсы



Верхушка
останкинской
телебашни под
действием
ветра может
совершать
колебания с
амплитудой до
десяти метров.



параметрами колебательной системы?

Какие это колебания?

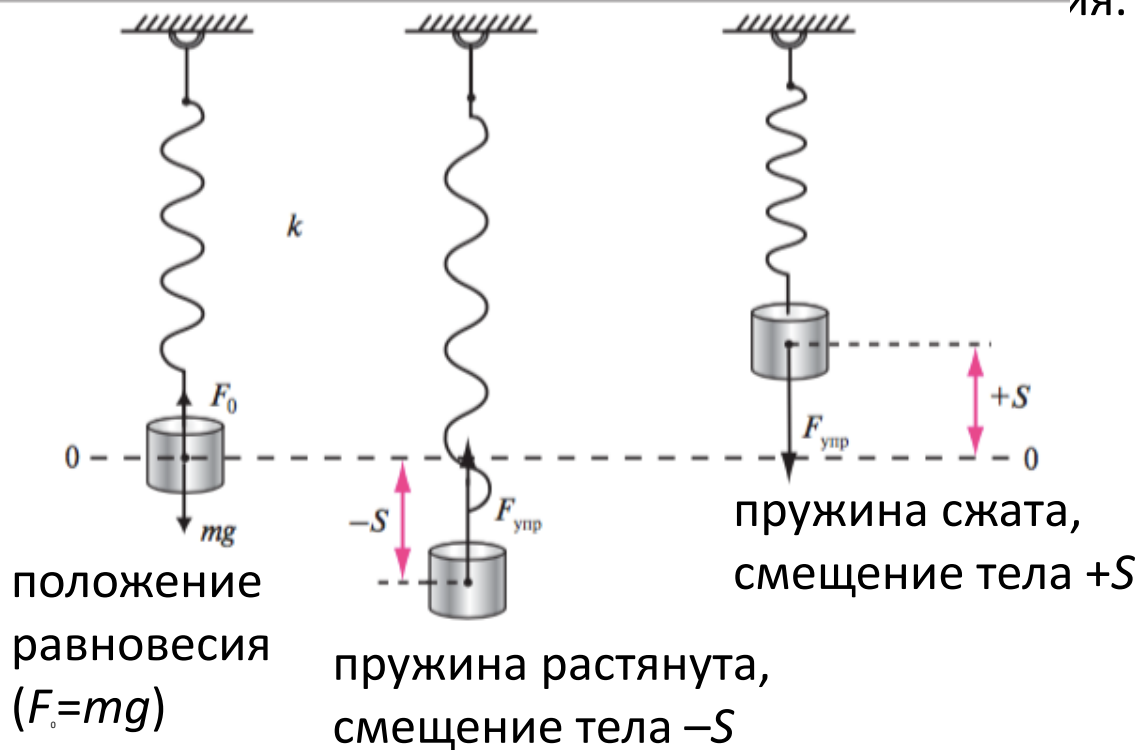
коэффициент упругости?

Механические колебания

свободные, вынужденные и автоколебания

В зависимости от характера воздействия на колебательную систему

Свободные — колебания, которые возникают в системе под действием внутренних сил и происходят после того, как система тем или иным способом была выведена из состояния равновесия.



Если свободные колебания совершаются при действии сил трения, то они всегда являются *затухающими*.

Механические колебания

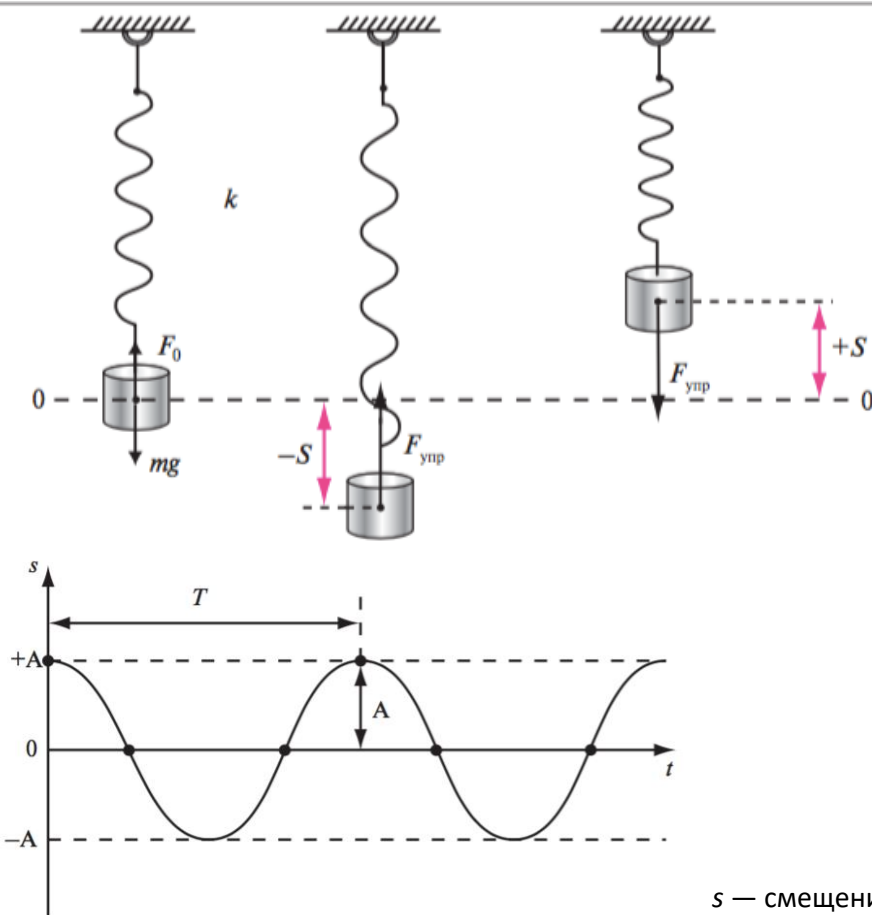
Если на такую такую систему не действуют никакие внешние силы (вынуждающие или силы трения), то такие колебания совершаются по *гармоническому закону*.

Вынужденные — колебания, совершаемые системой под действием внешней периодически изменяющейся силы.

Автоколебания — всегда вынужденные колебания, но моменты воздействия внешней вынуждающей силы регулируются самой колеблющейся системой.

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Гармонические колебания — это самый простой вид колебаний, характеризующийся тем, что смещение колеблющейся точки совершается по закону синуса либо косинуса.



Для небольших деформаций пружины справедлив закон Гука:

$$F_{\text{упр}} = -ks,$$

где k — коэффициент упругости пружины; s — смещение тела относительно положения равновесия.

с учетом второго закона Ньютона, можно записать движение

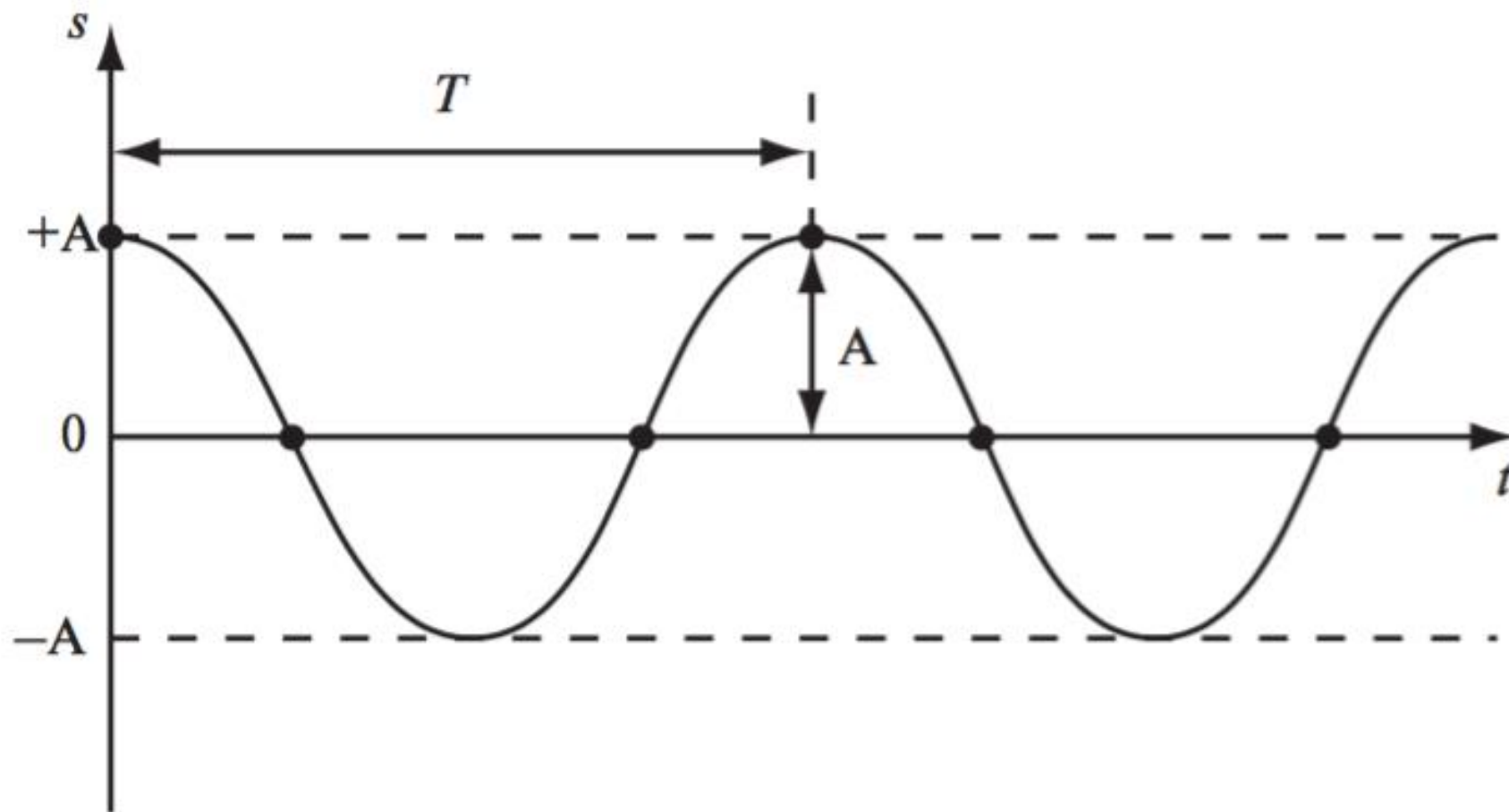
$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = -ks, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m},$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0$$

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

s — смещение тела; t — время; A — амплитуда колебаний; T — период колебаний

Уравнение гармонических колебаний



s — смещение тела; t — время; A — амплитуда колебаний; T — период колебаний

Уравнение гармонических колебаний

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

зависят от
условий, при
которых началось
движение тела

где A — амплитуда колебания — максимальное смещение тела от положения равновесия;

ω_0 — круговая частота колебаний, $\omega_0 = 2\pi\nu$;

ν — частота в герцах [Гц, с^{-1}] — количество колебаний за 1 с;

$\omega_0 t + \varphi_0$ — текущая фаза колебаний; она определяет положение тела на данный (любой выбранный) момент времени;

φ_0 — начальная фаза колебания — определяет положение тела в момент $t = 0$.

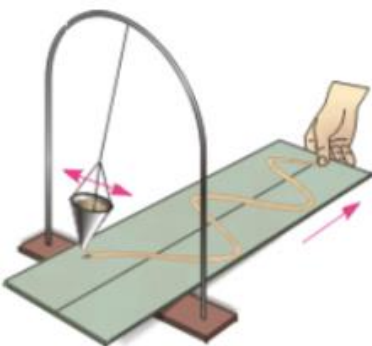
T — Время, за которое совершается одно полное колебание, называется периодом колебаний

ω_0 — собственная частота гармонического колебания

$$T = 1/\nu \text{ или } T = 2\pi/\omega_0.$$

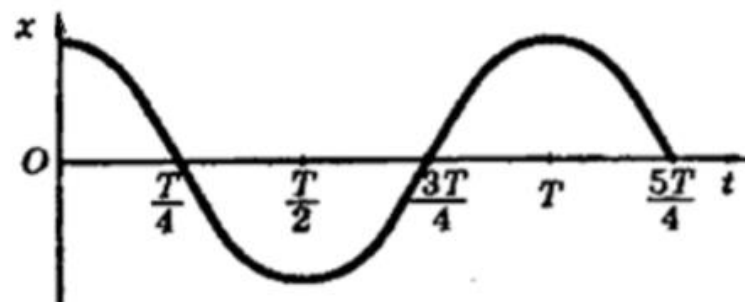
ω_0 определяется только параметрами колебательной системы, в данном случае коэффициентом упругости пружины k и массой прикрепленного к ней тела m

Гармонические колебания – это колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса

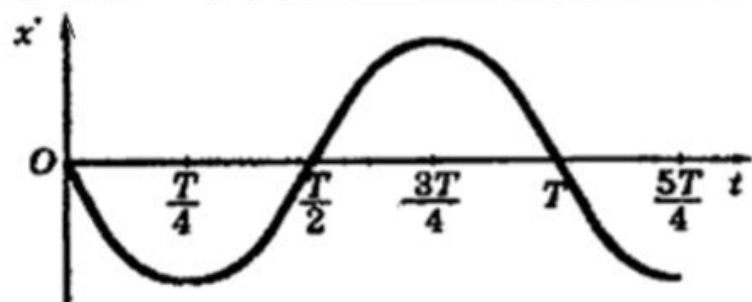


•уравнения гармонических колебаний (законы движения точек) имеют вид

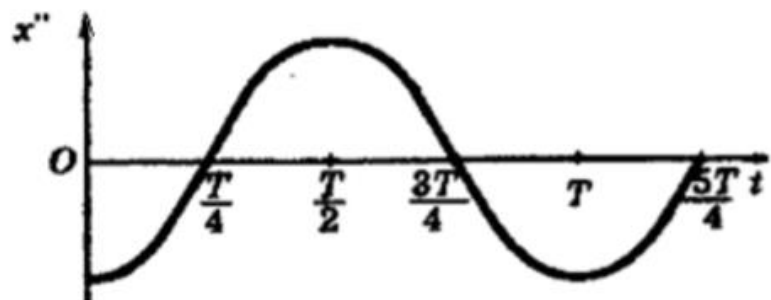
1 $x = A \cos \omega t$



2 $x' = v = -\underbrace{A\omega}_{v_{\max}} \sin \omega t$



3 $x'' = a = -\underbrace{A\omega^2}_{a_{\max}} \cos \omega t$

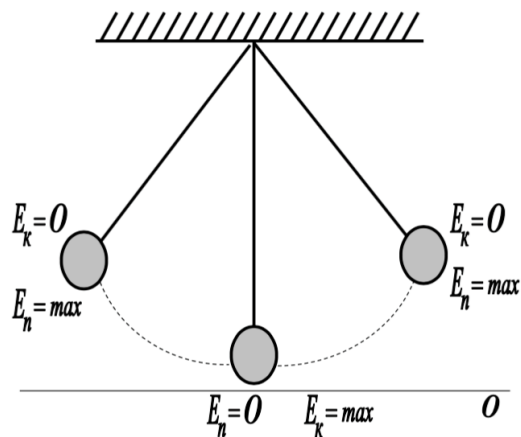


Энергия колебательной системы (гармонического осциллятора)

$$E = E_{\Pi} + E_{\text{К}} = \frac{ks^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

$$E_{\Pi} = \frac{kA^2}{2} \cos^2 (\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m},$$



$$E_{\text{К}} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \sin^2 (\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$E_{\text{К}} = \frac{kA^2}{2} \sin^2 (\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$E = \frac{kA^2}{2} [\cos^2 (\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2 (\omega_0 t + \varphi_0)]$$

$$E = \frac{kA^2}{2}$$

$$E = E_{\Pi} + E_{\text{К}} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}$$

$$E = E_{\Pi} + E_{\text{К}} = \text{const.}$$

Постоянство полной энергии при гармонических колебаниях вытекает из того, что при таких колебаниях отсутствуют какие-либо внешние воздействия: нет вынуждающей силы, и не учитываются силы трения

ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Свободные колебания характеризуются тем, что на колеблющееся тело не действуют внешние вынуждающие силы. Если при этом не учитывать силу трения, то такие колебания подчиняются гармоническому закону. Эти колебания не затухают со временем, и их амплитуда постоянна.

Однако в реальных системах всегда присутствуют **силы трения** (сопротивления)

$$F_{\text{ТР}} = -r v = -r \frac{dS}{dt}$$

сила трения всегда направлена
противоположно вектору скорости

коэффициент трения

скорость тела

$$m \frac{d^2 S}{dt^2} = -kS - r \frac{dS}{dt}$$

уравнение движения

$$2\beta = r / m \text{ и } \omega_0^2 = k / m$$

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0$$

уравнение затухающих колебаний в
виде линейного однородного
дифференциального уравнения
второго порядка с постоянными
коэффициентами

ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

$$S = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

A_0 — начальная амплитуда в момент $t = 0$; ω — круговая частота затухающего колебания; β — коэффициент затухания



$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}$$

Скорость затухания определяется коэффициентом затухания β , величина которого, в свою очередь, зависит от коэффициента трения r

Логарифмический декремент затухания λ

Частота затухающих колебаний ω

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Чем больше коэффициент затухания β , тем больше частота затухающих колебаний отличается от собственной частоты гармонических колебаний

Период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} > T_0$$

Быстрота затухания

$$\frac{A_t}{A_{t+T}} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}$$



$$\lambda = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \beta T$$

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Если на колебательную систему действует периодически изменяющаяся внешняя вынуждающая сила, то такие колебания называются вынужденными

Амплитуда таких колебаний не уменьшается, как при свободных затухающих колебаниях, а остается постоянной

$$F = F_0 \cos \omega t$$

ω — круговая частота вынуждающей силы

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

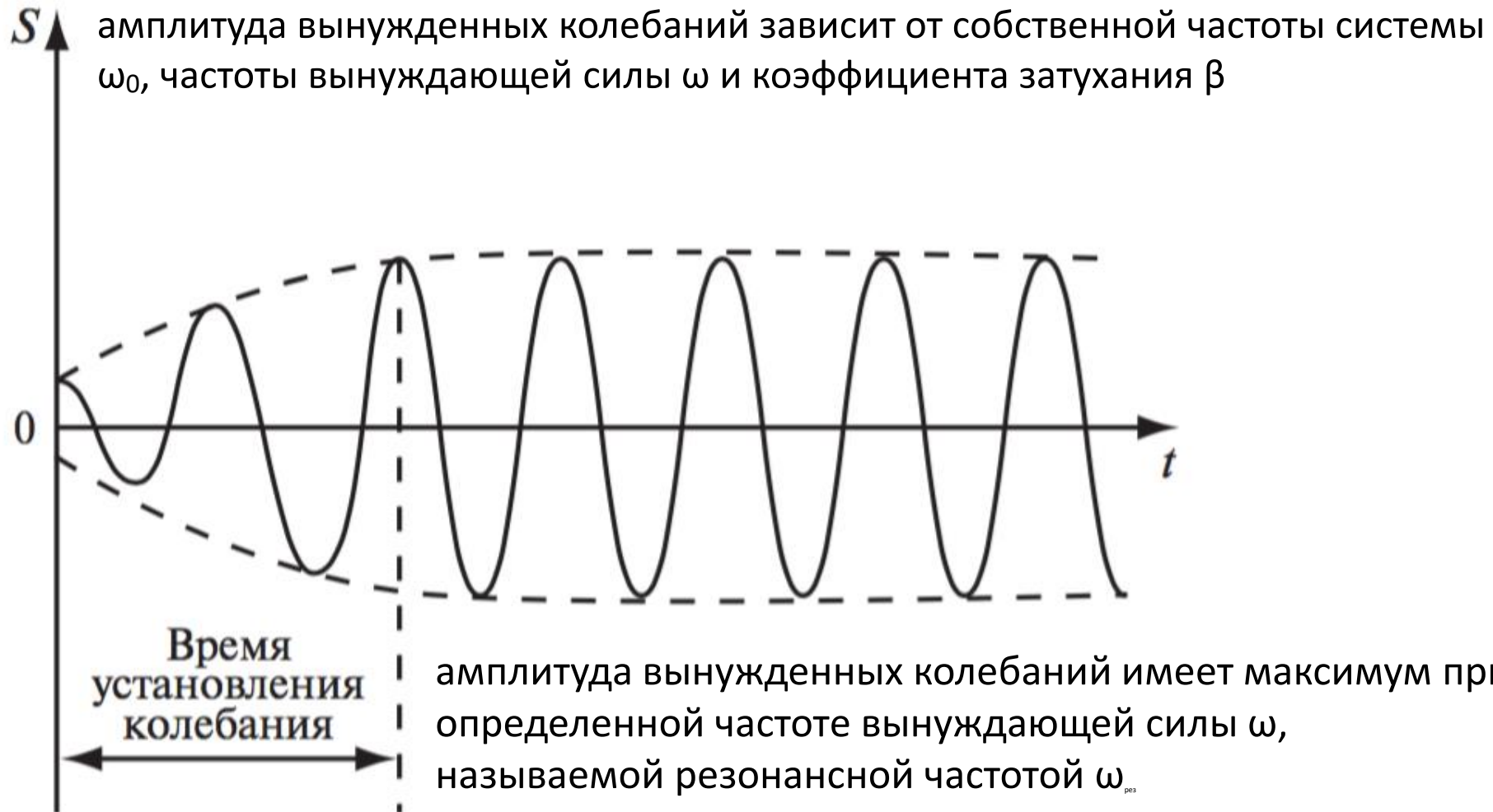
уравнение движения

вынуждающая сила

$$S = A \cos (\omega t + \varphi_0)$$
$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \beta^2 \omega^2}}$$

вынужденное колебание является гармоническим

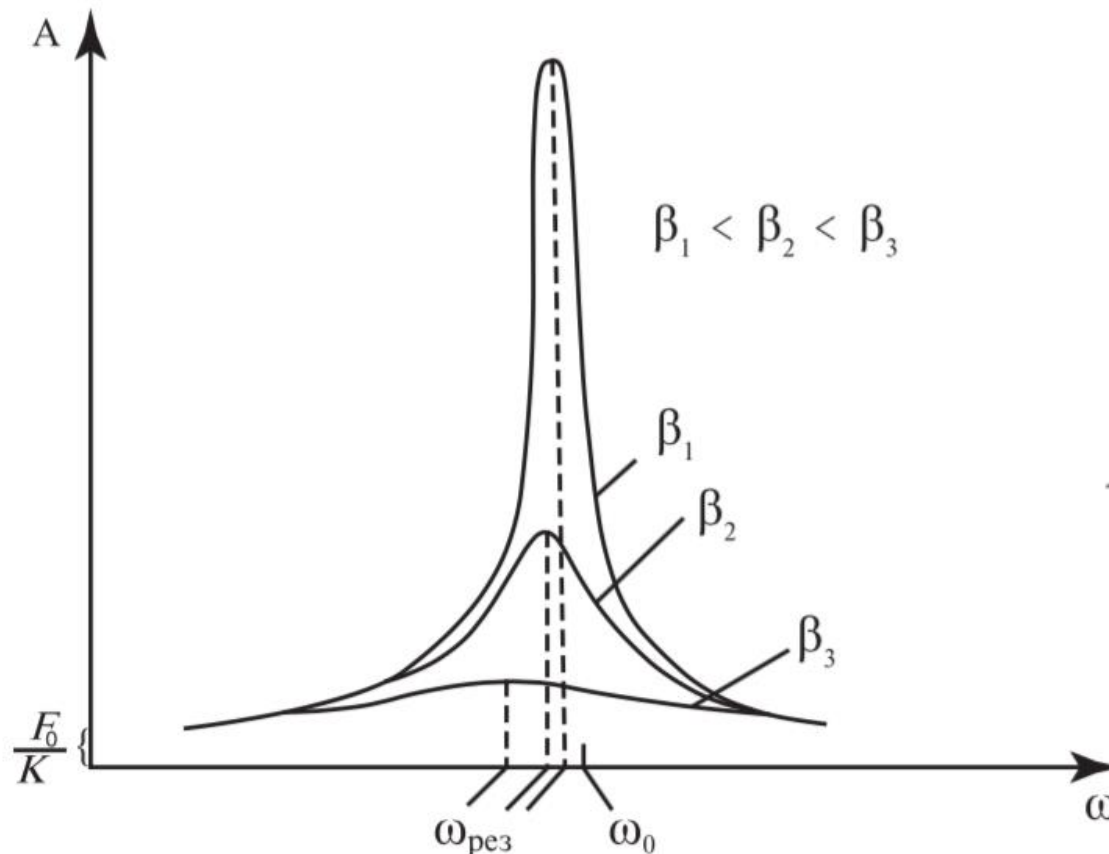
ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ



Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте колебательной системы называется **резонансом**

Резонанс

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$



$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

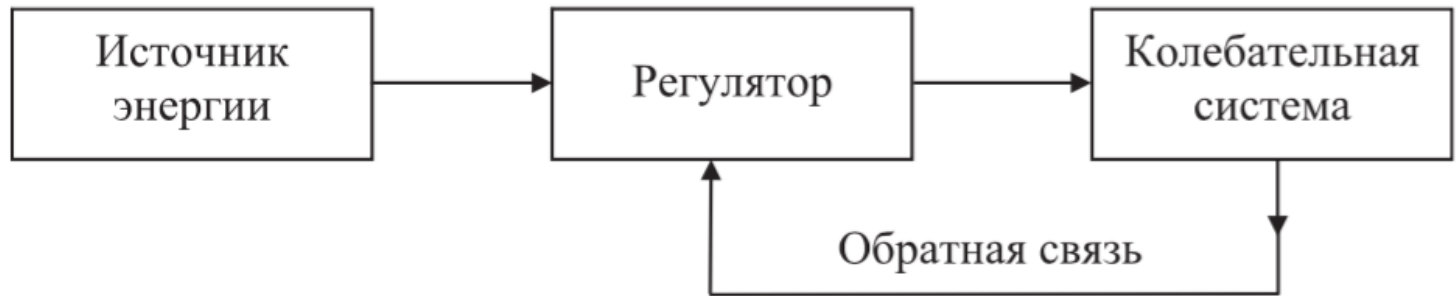
$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

частоты вынуждающей силы

АВТОКОЛЕБАНИЯ

Если внутри системы, способной совершать свободные колебания, имеется источник энергии, и система сама может регулировать моменты поступления энергии к колеблющемуся телу для компенсации потерь на сопротивление, то в ней могут возникнуть незатухающие колебания, которые называют **автоколебаниями**

- 1) колебательная система;
- 2) источник энергии;
- 3) регулятор момента поступления энергии в колебательную систему.



$$\nu = \frac{N}{t}, \quad \nu = \frac{1}{T} \quad - \text{частота колебаний}$$

$$\omega = 2\pi\nu, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad - \text{циклическая частота}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad - \text{период колебаний математического маятника}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \quad - \text{частота колебаний математического маятника}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad - \text{циклическая частота колебаний математического маятника}$$

$$v_{\max} = A \cdot \sqrt{\frac{g}{l}} \quad - \text{максимальное значение скорости колебаний математического маятника}$$

$$a_{\max} = A \cdot \frac{g}{l} \quad - \text{максимальное значение ускорения колебаний математического маятника}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad - \text{период колебаний пружинного маятника}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad - \text{частота колебаний пружинного маятника}$$

$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ — уравнение гармонических колебаний

$v = x', \quad v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$ — скорость гармонических колебаний

$v_{\max} = A\omega$ — амплитуда скорости

$a = v', \quad a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$ — ускорение гармонических колебаний

$a_{\max} = A\omega^2$ — амплитуда ускорения

$W_{\text{полн}} = W_{k\max} = W_{p\max} = W_k + W_p$ — полная механическая энергия гармонических колебаний

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ — фаза колебаний

$T = \frac{t}{N}, \quad T = \frac{1}{\nu}$ — период колебаний

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — циклическая частота колебаний пружинного маятника

$v_{\max} = A \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$ — максимальное значение скорости колебаний пружинного маятника

$a_{\max} = A \cdot \frac{k}{m}$ — максимальное значение ускорения колебаний пружинного маятника

$\lambda = vT, \quad \lambda = \frac{v}{\nu}, \quad \lambda = \frac{2\pi \cdot v}{\omega}$ — длина волны

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Сложное колебание можно получить при сложении нескольких простых гармоник с разными частотами и амплитудами

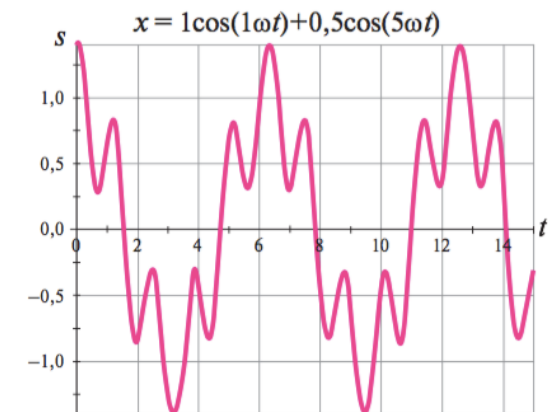
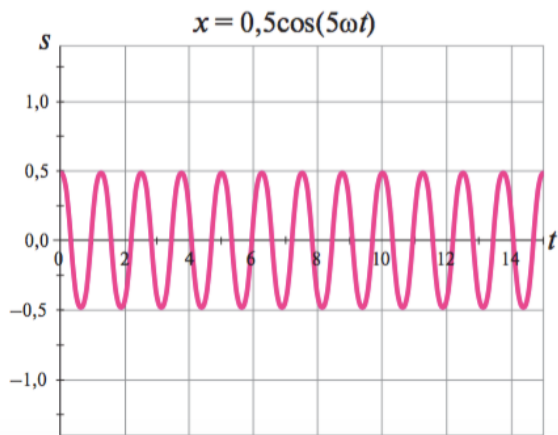
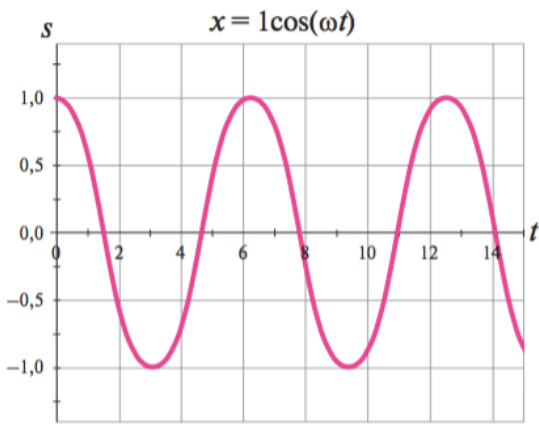
любое сложное колебание (ЭКГ, ЭЭГ и др.)
можно разложить на простые гармонические
составляющие

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

ряд Фурье

$$\omega = 2\pi/T$$

Этот ряд для четных функций содержит только **КОСИНУСЫ**, а для нечетных функций только **СИНУСЫ**, что позволяет существенно упростить вычисления



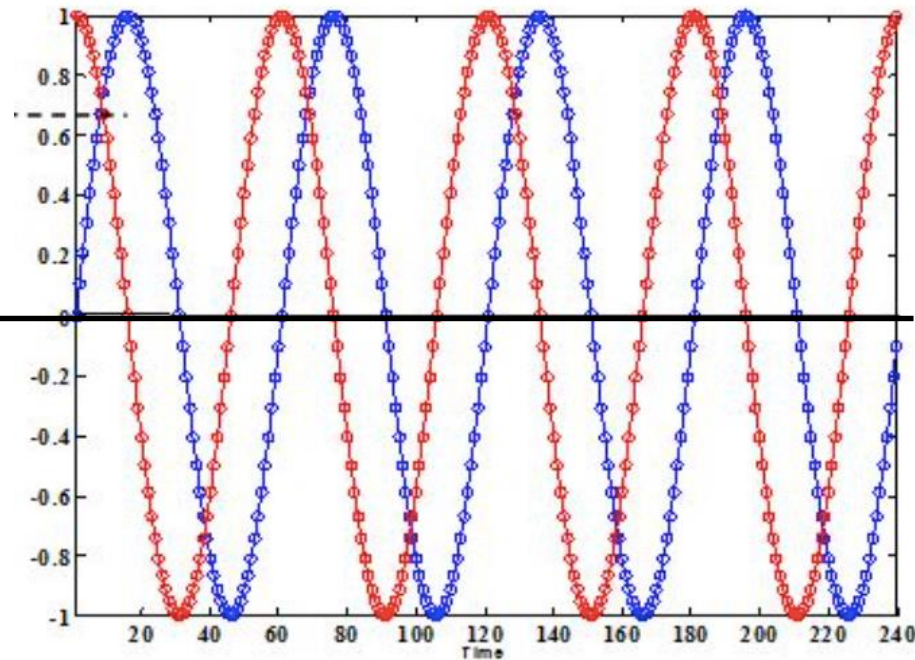
ряд Фурье

представление функции в виде суммы некоторых стандартных, то есть заранее известных, функций (базисных функций)

в качестве базисных функций используются синусоидальные и косинусоидальные функции



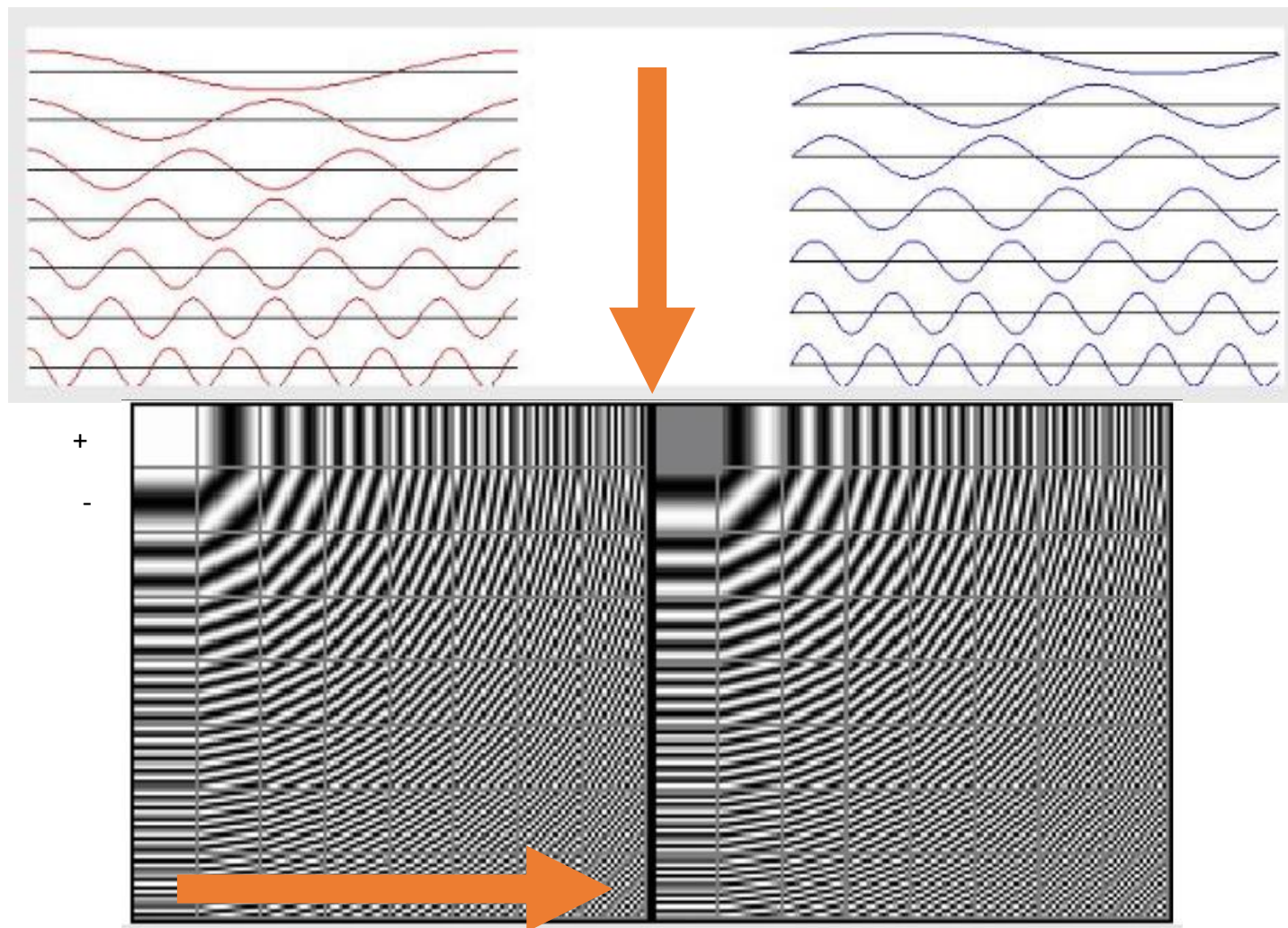
ряд Фурье



Расстояние от конца стрелки до горизонтальной линии, проходящей через цифры 9 и 3, то это расстояние меняется как **$\sin t$** ,

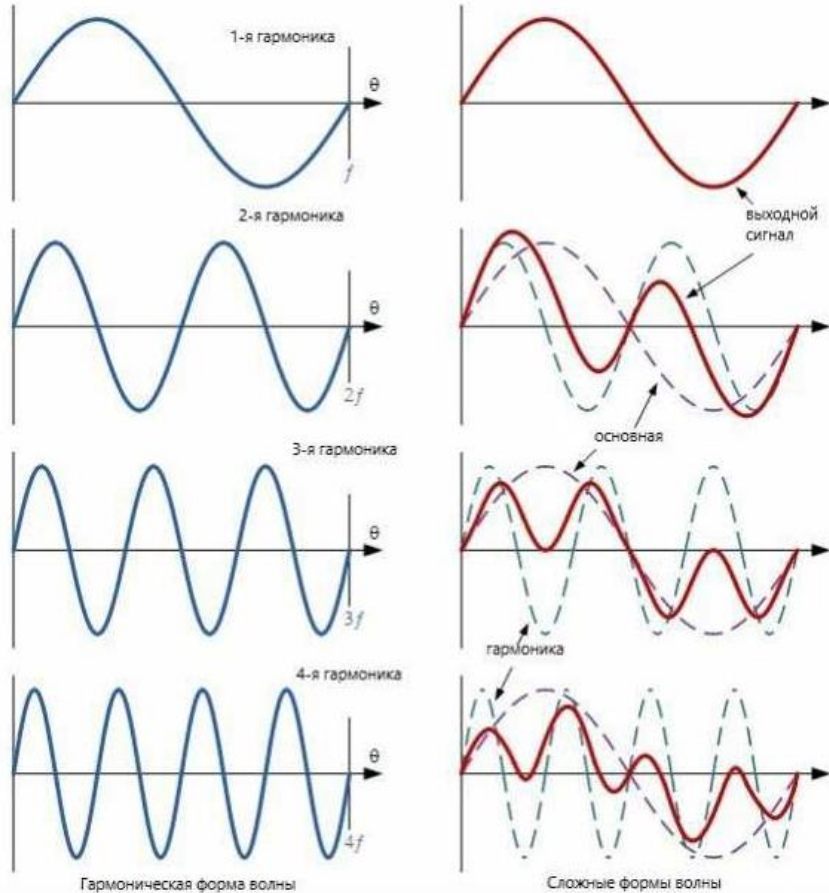
а расстояние конца стрелки до вертикальной оси, проходящей через цифры 12 и 6, меняется как **$\cos t$**

Cos x и Sin x функции разных частот



Для построения рядов Фурье частоты синусоидальных составляющих выбираются кратными частоте самой низкочастотной составляющей, -**первой гармонике**

ряды Фурье - это набор гармоник



- Ухо чувствует отдельные синусоидальные колебания давления воздуха разных частот от примерно 20 Герц до нескольких тысяч Герц, и это позволяет нам распознавать речь и наслаждаться музыкой.
-
- Уши воспринимают звук не целиком, а через отдельные составляющие его ряда Фурье.

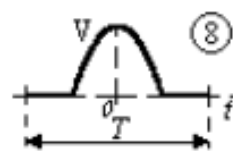
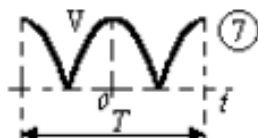
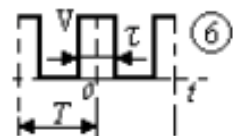
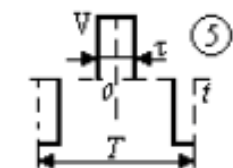
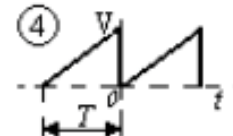
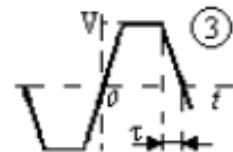
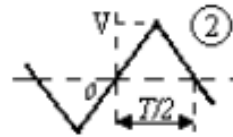
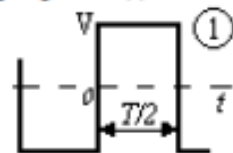
Гармоники являются кратными основной частоте и поэтому могут быть выражены как: $2f$, $3f$, $4f$ и т.д

частоты ряда Фурье



Преобразование Фурье

График $f(t)$



Ряд Фурье функции $f(t)$

$$f(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k\omega t}{k}$$

$$f(t) = \frac{8V}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \frac{\sin k\omega t}{k^2}$$

$$f(t) = \frac{4V}{\omega\tau\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k\omega\tau}{k^2} \sin k\omega t$$

$$f(t) = \frac{V}{2} - \frac{V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin k\omega t$$

$$f(t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \frac{k\omega\tau}{2} \cos k\omega t$$

$$f(t) = V \left[\frac{\tau}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \frac{k\omega\tau}{2} \cos k\omega t \right]$$

$$f(t) = \frac{4V}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \sum_{S=1}^{\infty} \frac{(-1)^{S+1}}{(2S)^2 - 1} \cos 2S\omega t \right]$$

$$f(t) = \frac{2V}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t \right)$$

Примечание

$$k=1,3,5,\dots$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k=1,3,5,\dots$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k=1,3,5,\dots$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k=1,2,3,4,5 \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k=1,3,5,\dots$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k=1,2,3,4,5 \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$S=1,2,3,4,\dots$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k=1,2,4,6,\dots$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ЗНАТЬ!

1

$$\cos 0 = 1$$

$$\sin 0 = 0$$

2

$$\sin(-\pi) = 0$$

$$\sin \pi = 0$$

$$\sin \pi = 0, \sin 2\pi = 0, \sin 3\pi = 0, \sin 4\pi = 0, \sin 5\pi = 0,$$

3

$$\cos \pi = (-1)^n$$

$$\cos(-\pi) = (-1)^n$$

$$\cos \pi = -1$$

$$\cos 2\pi = 1$$

$$\cos 3\pi = -1$$

$$\cos 4\pi = 1$$

$$\cos 5\pi = -1$$

Решить дома

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \int_{-x}^0 \cos nx dx & \text{б) } \int_{-x}^x \sin nx dx & \text{в) } \int_0^3 \sin \frac{\pi x}{3} dx & \text{г) } \int_{-2}^2 \cos \frac{\pi x}{2} dx \\ \text{д) } \int_{-x}^0 \sin nx dx & \text{е) } \int_{-x}^x \cos nx dx & \text{ж) } \int_0^3 \cos \frac{\pi x}{3} dx & \text{з) } \int_{-2}^2 \sin \frac{\pi x}{2} dx \end{array}$$

Пример разложения периодической функции в ряд Фурье

Пример 1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию с периодом $2l$, заданную на отрезке $[-l, l]$ формулой

$$f(x) = |x|$$

◀ Так как данная функция четная, то ее ряд Фурье имеет вид

$$|x| = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{l},$$

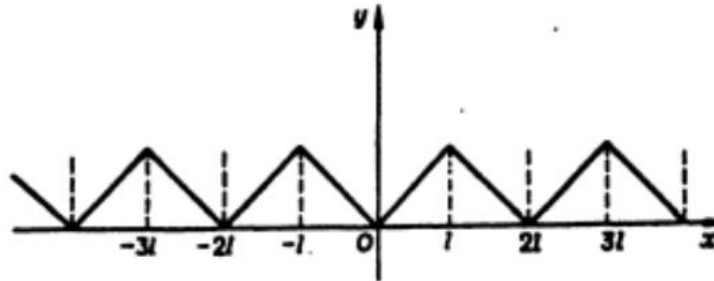
где

$$a_0 = \frac{2}{l} \int_0^l x dx = l,$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{l} \int_0^l x \cos \frac{n\pi x}{l} dx = \frac{2}{l} \int_0^l x d\left(\frac{l}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{l}\right) = \frac{2}{\pi n} \int_0^l x d\left(\sin \frac{n\pi x}{l}\right) = \\ &= \frac{2}{\pi n} \left(x \sin \frac{n\pi x}{l} \Big|_0^l - \int_0^l \sin \frac{n\pi x}{l} dx \right) = \frac{2}{\pi n} \frac{l}{\pi n} \cos \frac{n\pi x}{l} \Big|_0^l = \\ &= \frac{2l}{n^2 \pi^2} (\cos n\pi - 1) = \frac{2l}{n^2 \pi^2} [(-1)^n - 1] = \begin{cases} -\frac{4l}{n^2 \pi^2} & \text{для } n = 1, 3, 5, \dots, \\ 0 & \text{для } n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \end{aligned}$$

Подставляя в ряд Фурье найденные значения коэффициентов Фурье, получим

$$|x| = \frac{l}{2} - \frac{4l}{\pi^2} \left(\frac{\cos \frac{\pi x}{l}}{1^2} + \frac{\cos \frac{3\pi x}{l}}{3^2} + \frac{\cos \frac{5\pi x}{l}}{5^2} + \dots \right)$$



Этот ряд для четных функций содержит только **КОСИНУСЫ**

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-x}^x f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-x}^x f(x) \cos nx dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-x}^x f(x) \sin nx dx$$

Контрольные вопросы

- 1. Какие процессы называются колебательными? В чём состоят различия колебаний свободных и вынужденных? Приведите примеры.
- 2. Составьте дифференциальное уравнение гармонических колебаний пружинного маятника и приведите его решение.
- 3. Закон гармонических колебаний, график. Сопоставьте все величины, входящие в уравнение, с графиком гармонического колебания.
- 4. Составьте дифференциальное уравнение затухающих колебаний пружинного маятника, приведите его решение.
- 5. Уравнение свободных затухающих колебаний. График затухающего колебания.
- 6. Характеристики затухания: коэффициент трения, коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания.