

**федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
Первый Московский государственный медицинский университет им. И.М.
Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации
(Сеченовский Университет)**

Кафедра Высшей математики, механики и
математического моделирования ИКНиММ НТПБ

Методические материалы по дисциплине:

Математика

основная профессиональная образовательная программа
высшего/среднего профессионального образования - программа
бакалавриата

45.03.04 Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере

**ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ.**

1. Аналитическая геометрия

1. Найти расстояние от точки $A(3,4)$ до прямой $y = 5$.

- a. 2
- b. 1
- c. 0
- d. 3

Ответ: b.

2. Найдите площадь треугольника, заданного точками $A(0,0), B(5,0), C(8,2)$

- a. 2
- b. 10
- c. 5
- d. 20

Ответ: c.

3. Найдите угол между прямыми $y = x, y = -x$.

- a. 45
- b. 0
- c. 180
- d. 90

Ответ: d.

4. Прямая, проходящая через точки $A(-1,3), B(4, -2)$, задана уравнением

- a. $y = -x + 2$
- b. $y = 3$
- c. $y = 2x - 10$
- d. $y = x + 4$

Ответ: a.

5. Вектор нормали к прямой $2x + 6y = 5$ равен

- a. $\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$
- c. $\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

Ответ: b.

6. Вектор нормали к плоскости $2x + 6y + 7z = 15$ равен

- a. $\begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$

- c. $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$
 d. $\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ответ: с.

7. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$.
- a. 6
 b. 2
 c. 1
 d. 3

Ответ: d.

8. Найти расстояние от точки $A(3,4,5)$ до плоскости $z = 6$.
- a. 1
 b. 2
 c. 3
 d. 6

Ответ: a.

9. Найти расстояние от точки $A(3,1,0)$ до плоскости $2x + y - 2z - 1 = 0$.
- a. 2
 b. 1
 c. 3
 d. 6

Ответ: a.

10. Найдите точку B – проекцию точки $A(1,2,3)$ на плоскость $z = 1$.
- a. $B(1,2,3)$
 b. $B(1,1,3)$
 c. $B(1,2,1)$
 d. $B(3,2,3)$

Ответ: b.

11. Плоскость, проходящая через точки $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$, задается уравнением
- a. $abx + bcy + caz = 0$
 b. $ax + by + cz = 1$
 c. $x/a + y/b + z/c = 1$
 d. $x + y + z = abc$

Ответ: с.

12. Какую фигуру задает следующая система уравнений?
- $$\begin{cases} 2x + 3y + 6z = 7 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$
- a. прямая
 b. плоскость
 c. точка
 d. пустое множество

Ответ: а.

13. Какую фигуру задает следующая система уравнений?
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 4 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

- a. прямая
- b. плоскость
- c. точка
- d. пустое множество

Ответ: d.

14. Какую фигуру задает следующая система уравнений?
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 4 \\ 2x + 4y + 4z = 8 \end{cases}$$

- a. прямая
- b. плоскость
- c. точка
- d. пустое множество

Ответ: b.

15. Найдите точку A пересечения двух прямых $5x - 4y + 2 = 0, 7x - 6y + 4 = 0$.

- a. A(2,2)
- b. A(3,2)
- c. A(2,3)
- d. A(3,3)

Ответ: c.

16. Найдите точку A пересечения прямой $\frac{x+2}{3} = \frac{y-8}{-6} = \frac{z-1}{2} = t$ и плоскости $2x + y + 2z = 10$.

- a. A(2,1,3)
- b. A(2,3,1)
- c. A(3,2,1)
- d. A(1,2,3)

Ответ: d.

17. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах $a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, c =$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- a. 6
- b. 2
- c. 1
- d. 3

Ответ: b.

18. Найдите расстояние между параллельными плоскостями $x + 2y + 2z = 0, x + 2y + 2z = 5$.

- a. 5/3
- b. $\sqrt{3}$
- c. 10/9
- d. 3

Ответ: а.

19. Найдите угол между плоскостями $x + 2y + 2z = 0, -6x + 2y + 3z = 1$.

- a. $\pi/2$
- b. $\pi/3$
- c. $\arccos 1/3$
- d. $\arccos 4/21$

Ответ: d.

20. Каноническое уравнение эллипса имеет вид

- a. $y^2 = 2px$
- b. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- c. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- d. $Ax + By + Cz + D = 0$

Ответ: с.

21. Уравнение касательной к эллипсу $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ в точке (x_0, y_0) имеет вид

- a. $x/a + y/b = x_0/a + y_0/b$
- b. $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$
- c. $\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = ab$
- d. $a(x - x_0) - b(y - y_0) = 0$

Ответ: b.

22. Найдите большую и малую полуоси эллипса $9x^2 + 25y^2 = 225$.

- a. $a = 5, b = 3$
- b. $a = 3, b = 5/3$
- c. $a = 5/3, b = 1$
- d. $a = 3, b = 3/5$

Ответ: а.

23. Найдите координаты F левого фокуса для эллипса $9x^2 + 25y^2 = 225$.

- a. $F(0, -2)$
- b. $F(-3, 0)$
- c. $F(0, -5)$
- d. $F(-4, 0)$

Ответ: d.

24. Даны три точки А, В, С, найти площадь треугольника АВС с вершинами $A(0, 0, 0), B(-6, 0, 2), C(3, -2, 0)$.

- a. 7
- b. 14
- c. 49
- d. 98

Ответ: а.

25. Даны векторы

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Найти векторные произведения векторов: (1) $a \times d$; (2) $b \times c$.

- a. (1) $a \times d = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$; (2) $b \times c = \begin{pmatrix} 15 \\ -9 \\ 9 \end{pmatrix}$;
 b. (1) $a \times d = \begin{pmatrix} 1 \\ -12 \\ 8 \end{pmatrix}$; (2) $b \times c = \begin{pmatrix} 15 \\ -9 \\ -9 \end{pmatrix}$;
 c. (1) $a \times d = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$; (2) $b \times c = \begin{pmatrix} 15 \\ 9 \\ -9 \end{pmatrix}$;
 d. (1) $a \times d = \begin{pmatrix} 1 \\ -18 \\ 8 \end{pmatrix}$ (2) $b \times c = \begin{pmatrix} 15 \\ 9 \\ -9 \end{pmatrix}$

Ответ: d.

26. Даны векторы

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Найти скалярные произведения векторов: (1) $a \times d$; (2) $b \times c$.

- a. (1) 5 (2) 7
 b. (1) 4 (2) 7
 c. (1) 9 (2) 4
 d. (1) 4 (2) 9

Ответ: d.

27. Найти объём параллелепипеда, построенного на трёх векторах $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, b =$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- a. 48
 b. 12
 c. 24
 d. 6

Ответ: c.

28. Найти объём параллелепипеда, построенного на трёх векторах $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, b =$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- a. 4
 b. 24
 c. 20
 d. 10

Ответ: c.

29. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$

- a. 3
- b. 6
- c. 9
- d. 12

Ответ: с.

30. Найти расстояние от точки $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (начала координат) до плоскости, проходящей через точки $P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, P_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- a. $\frac{1}{\sqrt{6}}$
- b. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- c. $\sqrt{3}$
- d. 1

Ответ: б.

31. Даны векторы $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Найти: (а) $a \cdot d$; (б) $b \cdot c$.

- a. (а) 4; (б) 9
- b. (а) 9; (б) 8
- c. (а) 9; (б) 4
- d. (а) 4; (б) 8

Ответ: а.

32. Прямая l задана уравнениями $z = 0, x = t, y = 2t$, координаты точки $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Найти расстояние от точки P до прямой l .

- a. $\sqrt{5}$
- b. 2
- c. 1
- d. $\sqrt{2}$

Ответ: а.

33. Найти координаты точки пересечения прямой $r = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ и плоскостью $x + y - 2z + 3 = 0$.

- a. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

- c. $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
 d. $\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$

Ответ: с.

34. Найти угол (в градусах) между векторами $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

- a. 0
 b. 90
 c. 60
 d. 180

Ответ: d.

35. Найти угол (в радианах) между плоскостью $2x + 6y + 9z - 17 = 0$ и плоскостью $3y - 2z + 1 = 0$.

- a. $\frac{\pi}{3}$
 b. $\frac{\pi}{2}$
 c. $\arccos \frac{18}{11\sqrt{13}}$
 d. 0

Ответ: b.

36. Найти угол (в радианах) между плоскостью $-3x + 4z = 0$ и плоскостью $12y + 5z + 1 = 0$.

- a. $\arccos \frac{20}{13}$
 b. $\arccos \frac{4}{13}$
 c. $\arccos \frac{16}{65}$
 d. $\frac{\pi}{2}$

Ответ: b.

37. Найти угол (в градусах) между прямой $x = 1 + t, y = 2, z = 3 + t$ и плоскостью $z = 3$.

- a. 0
 b. 30
 c. 45
 d. 60

Ответ: с.

38. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix}, C =$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix}$, заданные своими радиус-векторами.

- a. $ax + by + cz - 1 = 0$
 b. $bcsx + acy + abz + abc = 0$

- с. $\frac{x}{bc} + \frac{y}{ac} + \frac{z}{ab} - \frac{1}{abc} = 0$
 d. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$

Ответ: d.

39. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ c \end{pmatrix}$.

- a. $z - 1 = 0$
 b. $4x + 2y - 3z - 1 = 0$
 c. $2x + y - 2z = 0$
 d. $2x + y + 5z - 7 = 0$

Ответ: d.

40. Найти уравнение проекции прямой $x = 2t + 1, y = 3t + 2, z = t + 3$ на плоскость $z = 1$.

- a. $x = 2t + 1, y = 3t + 2, z = 1$
 b. $x = 1, y = 3t + 2, z = 1$
 c. $x = 2t + 1, y = 1$
 d. $x = 2t + 1, y = 3t + 2$

Ответ: a.

41. Найти уравнение прямой, проходящей через две точки $A(1, -5, 0), B(3, -2, 1)$.

- a. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{1}$
 b. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}$
 c. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$
 d. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$

Ответ: a.

42. Даны три вектора :

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

Какое из утверждений справедливо?

- a. Эти три вектора не лежат в одной плоскости
 b. Эти три вектора лежат в одной плоскости и не лежат на одной прямой
 c. Эти три вектора лежат на одной прямой
 d. Из этих векторов можно составить базис в трехмерном пространстве

Ответ: b.

43. Плоскость проходит через точки $P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, P_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Уравнение этой плоскости имеет следующий вид:

- a. $x + y + z + 1 = 0$
 b. $x - y - z - 1 = 0$
 c. $x - y + z - 1 = 0$

d. $x + y + z - 1 = 0$

Ответ: d.

2. Линейная алгебра

1. Для данных матриц A, B, C найти линейную комбинацию $D = 2A - 3B + 4C$: $A =$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

a. $\begin{pmatrix} 17 & -9 \\ 12 & -11 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 11 & -3 \\ 0 & -19 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 17 & -9 \\ 0 & -11 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 11 & -3 \\ 12 & -19 \end{pmatrix}$

Ответ: a.

2. Найти определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

a. -1

b. 1

c. 0

d. 2

Ответ: a.

3. Найти определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a. -3

b. 3

c. 4

d. 1

Ответ: b.

4. Найти определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a. 1

b. 2

c. 0

d. 3

Ответ: c.

5. Решением системы линейных уравнений $\begin{matrix} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 4y + 5z = 10 \\ -3x + 8y - 10z = -17 \end{matrix}$ является

a. $(7, 1/2, 0)$

b. решений нет, система уравнений вырождена

c. $(-2, -4, 0)$

d. $(1, 2, 3)$

Ответ: d.

6. Решением системы линейных уравнений
$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 11 \\ 4x + 5z &= 19 \\ -2y + z &= 3 \end{aligned}$$
 является
- $(2, 4, 1)$
 - решений нет, система уравнений вырождена
 - $(7/2, -1, 1)$
 - $(1, 0, 3)$

Ответ: d.

7. Решением системы линейных уравнений
$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 11 \\ 4x + 2y + 6z &= 22 \\ -2y + z &= 3 \end{aligned}$$
 является
- решений нет
 - бесконечное множество решений $\left(1 - \frac{7}{2}t, t, 3 + 2t\right), t \in R$
 - $(7/2, -1, 1)$
 - $(1, 0, 3)$

Ответ: b.

8. Решением системы линейных уравнений
$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 11 \\ 4x + 2y + 6z &= 2 \\ -2y + z &= 3 \end{aligned}$$
 является
- $(7/2, -1, 1)$
 - бесконечное множество решений $\left(1 - \frac{7}{2}t, t, 3 + 2t\right), t \in R$
 - решений нет
 - $(1, 0, 3)$

Ответ: c.

9. Найдите обратную матрицу к $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- $\begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$
 - обратной матрицы не существует
 - $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ: a.

10. Найдите обратную матрицу к $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.
- $\begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 4/3 \end{pmatrix}$
 - обратной матрицы не существует
 - $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

Ответ: b.

11. Транспонировать матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

- a. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$
- c. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 6 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix}$

Ответ: b.

12. Как изменится определитель *невыврожденной* матрицы *четвертого* порядка, если каждый ее элемент умножить на 2 ?
- a. увеличится в 4 раза
- b. увеличится в 8 раз
- c. увеличится в 16 раз
- d. не изменится

Ответ: c.

13. Как изменится определитель матрицы, если из ее первой строки вычесть третью, умноженную на три?
- a. не изменится
- b. изменит свой знак
- c. увеличится в 3 раза
- d. станет равным нулю

Ответ: a.

14. Алгебраическое дополнение A_{12} матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ равно
- a. -4
- b. 2
- c. -1
- d. 6

Ответ: b.

15. Минор A_{32} матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ равен
- a. -4
- b. 2
- c. -1
- d. 6

Ответ: c.

16. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -0.5 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} -2 & -0.5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} -0.5 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Обратной к F является матрица
- a. A

- b. B
- c. C
- d. D

Ответ: с.

17. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Чему равна обратная матрица A^{-1} ?

- a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- c. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- d. обратной матрицы не существует

Ответ: d.

18. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Чему равна обратная матрица A^{-1} ?

- a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$
- b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$
- c. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- d. обратной матрицы не существует

Ответ: d.

19. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a. 4
- b. 1
- c. 10
- d. 0

Ответ: b.

20. Вычислить определитель $|A^{-1}|$ обратной матрицы к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- a. 2
- b. 0.5
- c. 1

d. 0

Ответ: b.

21. Определитель произведения двух матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ равен

a. -76

b. 76

c. -4

d. 4

Ответ: a.

22. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, то определитель матрицы $2AB^T$ равен

a. 216

b. 108

c. -4

d. 32

Ответ: a.

23. Вычислить определитель матрицы $M = A + B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

a. -4

b. 4

c. 0

d. 12

Ответ: c.

24. Решением уравнения $XA = B$, где A, B - квадратные матрицы одного порядка, матрица A - невырожденная, является следующая матрица X

a. $A^{-1}B$

b. BA

c. AB

d. BA^{-1}

Ответ: d.

25. Определено ли произведение матриц AB в следующих 4 случаях?(1) A - матрица размерности 3×5 , B - матрица размерности 5×2 ;(2) A - матрица размерности 3×2 , B - матрица размерности 2×3 ;(3) A - матрица размерности 4×2 , B - матрица размерности 4×2 ;(4) A - квадратная матрица 5-ого порядка, B - матрица размерности 5×3 ;

a. да; да; нет; да

b. да; да; да; да

c. нет; нет; да; нет

d. да; нет; нет; да

Ответ: a.

26. Найти элемент матрицы c_{32} матрицы $C = AB$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B =$

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a. 10
- b. 20
- c. 0
- d. -10

Ответ: b.

27. Матрицы A и B равны, если

- a. все соответствующие элементы матриц A и B равны
- b. количества элементов матриц A и B совпадают
- c. размеры матриц A и B совпадают
- d. определители матриц A и B равны

Ответ: a.

28. При каком значении a система $\begin{cases} 4x + a^2y = 12 \\ x + y = a + 1 \end{cases}$ не имеет решений?

- a. 2
- b. -1
- c. -2
- d. 1

Ответ: c.

29. Система линейных алгебраических уравнений **не совместная**, если

- a. система имеет ровно одно решение
- b. система не имеет ни одного решения
- c. система имеет хотя бы одно решение
- d. свободные члены всех ее уравнений равны нулю

Ответ: b.

30. Система линейных алгебраических уравнений **не совместная**, если

- a. ранг основной матрицы системы равен числу ее уравнений
- b. ранг основной матрицы системы больше ранга расширенной матрицы системы
- c. ранг расширенной матрицы системы больше ранга ее основной матрицы
- d. ранг основной матрицы системы равен расширенному рангу системы

Ответ: c.

31. Существует ли определитель матрицы, и чему он равен, если существует? $A =$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

- a. существует и равен 0
- b. существует и равен 7
- c. существует и равен 15
- d. не существует

Ответ: d.

32. Пусть ранг основной матрицы линейных алгебраических уравнений равен рангу расширенной матрицы, и этот ранг равен числу неизвестных. Тогда
- система не имеет решений
 - система имеет бесконечно много решений
 - система имеет единственное решение
 - система либо не имеет решений, либо имеет бесконечно много решений

Ответ: с.

33. У системы из 3 линейных алгебраических уравнений с 5 неизвестными
- имеется бесконечно много решений
 - нет решений
 - имеется единственное решение
 - может либо не быть решений, либо быть бесконечно много решений

Ответ: а.

34. Укажите размерность матрицы, которую можно умножить как слева, так и

справа на матрицу $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

- 3×2
- 3×3
- 1×1
- 2×3

Ответ: d.

35. Указать матрицу, ранг которой равен 2. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

- A
- B
- C
- D

Ответ: d.

36. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Тогда

определены произведения матриц:

- AB и BC
- AB и AC
- BA и BC
- BA и AC

Ответ: а.

3. Математический анализ

1. Вычислить $\frac{1}{\frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx}} - \frac{1}{\frac{d(\operatorname{ctg} x)}{dx}}$

- 1
- $\cos 2x$
- $-\cos 2x$

d. 0

Ответ: а.

2. Вычислить предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8+2n^3}{4n^5}$

a. 4

b. 2

c. 0

d. 1

Ответ: с.

3. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x(\sqrt{4+x} - 2)}$

a. 2

b. 1

c. 0

d. ∞

Ответ: а.

4. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 6}{x^3 + 2}$

a. 0

b. 2

c. 1

d. -3

Ответ: d.

5. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{\sin(6x-2)}{3x-1}$.

a. 2

b. 1

c. 0

d. 1/3

Ответ: а.

6. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$.

a. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

b. ответ не определен

c. 1/2

d. -1/2

Ответ: а.

7. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{5x}$.

a. e^{25}

b. e^5

c. $e^{1/5}$

d. e^{-5}

Ответ: а.

8. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{16^x - 1}$.

- a. $1/2$
- b. $-1/2$
- c. 0
- d. ∞

Ответ: а.

9. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin^2 x)^{\frac{1}{x^2}}$

- a. e^{-1}
- b. 0
- c. 1
- d. e

Ответ: а.

10. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{ctg} 2x \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$

- a. 2
- b. 0
- c. 1
- d. не существует

Ответ: а.

11. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + 8x^2 + 3} - \sqrt{x^4 + x^2})$

- a. $\frac{7}{2}$
- b. 0
- c. 7
- d. ∞

Ответ: а.

12. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{(8+x)} - 2}{x}$

- a. $\frac{1}{12}$
- b. 0
- c. 2
- d. ∞

Ответ: а.

13. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3}{2x^2 - 1} \right)^{x^2}$

- a. e^2
- b. 0
- c. 1
- d. ∞

Ответ: а.

14. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$

- a. $\frac{1}{4}$
- b. $\frac{1}{8}$
- c. 1

d. ∞

Ответ: а.

15. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^4)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$

a. 1

b. e

c. 0

d. ∞

Ответ: а.

16. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{7x-19}{21x+3}$

a. $\frac{1}{33}$

b. $\frac{1}{3}$

c. $\frac{-19}{3}$

d. $\frac{-1}{2}$

Ответ: а.

17. Какая из функций не имеет предела в точке 0

a. $\frac{x}{|\sin x|}$

b. $\sin x \sin \frac{1}{x}$

c. $\frac{|x|}{|\sin x|}$

d. $|\sin x| \sin \frac{1}{x}$

Ответ: а.

18. Какая из функций не имеет предела в точке 0

a. $\frac{\arctg x}{|x|}$

b. $\frac{\arcsin x}{\tg x}$

c. $\left| \frac{\arctg x}{\tg x} \right|$

d. $\arctg x \left| \sin \frac{1}{x} \right|$

Ответ: а.

19. Определить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ и найти его сумму, если он сходится.

a. ряд расходится

b. ряд сходится, его сумма равна $\frac{\pi^2}{6}$

c. ряд сходится, его сумма равна 4

d. ряд сходится, его сумма равна 16

Ответ: а.

20. Определить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ и найти его сумму, если он сходится.

a. ряд сходится, его сумма равна 8

b. ряд сходится, его сумма равна 2

c. ряд расходится

d. ряд сходится, его сумма равна 4

Ответ: b.

21. Функция $f(x)$ задана на интервале (a, b) . В точке $x_0 \in (a, b)$ производная функции f' меняет знак с $+$ на $-$. Какое из утверждений ниже верно?
- a. Точка x_0 - точка локального минимума $f(x)$
 - b. Точка x_0 - точка локального максимума $f(x)$
 - c. Точка x_0 не является точкой локального экстремума $f(x)$
 - d. Необходим дополнительный анализ для определения, является ли точка x_0 точкой локального экстремума $f(x)$

Ответ: b.

22. Дана вторая производная функции $f(x)$: $f''(x) =$. Найдите абсциссу точки перегиба графика функции $y = f(x)$
- a. -3
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 0

Ответ: c.

23. Если у графика функции $y = 4x^3 + 3x^2 + x - 1$ существует точка перегиба, то абсцисса x_0 этой точки равна
- a. $-1/2$
 - b. $-1/4$
 - c. $1/2$
 - d. точек перегиба нет

Ответ: b.

24. Вертикальной асимптотой графика функции $y = \frac{x}{x-1}$ является прямая
- a. $x = -1$
 - b. $x = 0$
 - c. $y = 0$
 - d. $x = 1$

Ответ: d.

25. Наклонной асимптотой графика функции $y = \frac{2x^2-2}{3x}$ является прямая
- a. $y = \frac{2}{3}x$
 - b. $y = 3x - 2$
 - c. $x = \frac{2}{3}$
 - d. $y = 2x$

Ответ: a.

26. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{2}{x} \right) dx.$$

a. $\arctan x + 2\ln|x| + C$

b. $\arctan x - \frac{1}{x^2} + C$

c. $\frac{\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + 2x}{\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2}} + C$

d. $\frac{\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + 2x}{x(x^2+1)} + C$

Ответ: а.

27. Найти неопределенный интеграл: $\int (1 + 3x^2)dx$

- a. $x + x^3 + C$
- b. $3x + x^3 + C$
- c. $x + 3x^3 + C$
- d. $3x^2 + C$

Ответ: а.

28. Найти неопределенный интеграл: $\int 4e^x dx$

- a. $4e^x + C$
- b. $4e^x$
- c. $e^x + C$
- d. e^x

Ответ: а.

29. Найти неопределенный интеграл: $\int 3\cos 2x dx$

- a. $\frac{3}{2}\sin 2x + C$
- b. $3\sin 2x + C$
- c. $6\sin 2x + C$
- d. $\frac{\sin 2x}{3} + C$

Ответ: а.

30. Найти неопределенный интеграл: $\int xe^x dx$.

- a. $(x - 1)e^x + C$
- b. $xe^x + C$
- c. $\frac{x^2}{2}e^x + C$
- d. $x + e^x + C$

Ответ: а.

31. Найти неопределенный интеграл:

$\int e^x \cos x dx$.

- a. $e^x \frac{\cos x - \sin x}{2} + C$
- b. $e^x \frac{\cos x + \sin x}{2} + C$
- c. $-e^x \frac{\cos x + \sin x}{2} + C$
- d. $e^x \frac{-\cos x + \sin x}{2} + C$

Ответ: b.

32. Найти несобственный интеграл

$\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$.

- a. интеграл расходится
- b. 1
- c. e
- d. $\frac{1}{e}$

Ответ: b.

33. Найти несобственный интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}.$$

- a. 1
- b. e
- c. интеграл расходится
- d. e^2

Ответ: c.

34. Найти определенный интеграл:

$$\int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} dx.$$

- a. $\ln 2$
- b. $2\ln 2 - \ln 3$
- c. $\ln 3$
- d. $\ln 3 - \ln 2$

Ответ: c.

35. Найти определенный интеграл:

$$\int_0^1 5e^{-2x} dx.$$

- a. $5(1 - e^{-1})$
- b. $-\frac{5}{2}(1 - e^{-2})$
- c. $-10(e^{-2} - 1)$
- d. $\frac{5}{2}(1 - e^{-2})$

Ответ: d.

36. Найти определенный интеграл: $\int_0^1 x^2 dx$

- a. $\frac{7}{3}$
- b. 3
- c. 2
- d. $\frac{5}{3}$

Ответ: a.

37. Найти определенный интеграл: $\int_0^{2\pi} \cos x dx$

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. 2π

Ответ: a.

38. Найти определенный интеграл: $\int_0^2 \frac{2x+5}{x^2+5x+7} dx$

- a. $\ln 3$
- b. $\ln 21 - \ln 13$
- c. $\ln 21$
- d. $-\ln 21$

Ответ: a.

39. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной прямыми $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ и кривой $y(x) = x^3$

- a. $\frac{15}{4}$
- b. $\frac{3}{2}$
- c. $\frac{7}{3}$
- d. $\frac{31}{5}$

Ответ: а.

40. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной слева прямой $x = 1$, прямой $y = 0$ и кривой $y(x) = e^{-2x}$

- a. $\frac{1}{2}$
- b. $\frac{1}{e^2}$
- c. площадь фигуры бесконечна
- d. $\frac{1}{2e^2}$

Ответ: d.

41. Найти предел последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$$

- a. 0
- b. 1
- c. ∞
- d. $\frac{1}{2}$

Ответ: d.

42. Найти предел последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{42n^2 + 5}{21n - 11}$$

- a. 0
- b. 2
- c. 42
- d. ∞

Ответ: d.

43. Найти предел последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(8 - \frac{1}{n^2}\right)^{-\frac{1}{3}}$$

- a. 0
- b. $\frac{1}{2}$
- c. 2
- d. ∞

Ответ: b.

44. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{\pi}{x}$$

- a. 0
- b. 1
- c. π
- d. ∞

Ответ: с.

45. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \operatorname{arctg} x + x^2}{\ln(1 + \sin x)}$$

- a. 0
- b. 1
- c. ∞
- d. 3

Ответ: d.

46. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{7x - 19}{21x + 3}$$

- a. $\frac{1}{3}$
- b. $\frac{1}{33}$
- c. $\frac{-19}{-19}$
- d. $\frac{3}{-1}$

Ответ: b.

47. Найти производную функции

$$y(x) = \ln \sin x.$$

- a. $\operatorname{ctg} x$
- b. $\operatorname{tg} x$
- c. $\frac{1}{\cos x}$
- d. $\frac{1}{\sin x}$

Ответ: a.

48. Найти производную функции

$$y(x) = e^{2x} \ln \frac{1}{2x}.$$

- a. $e^{2x} \left(2 \ln \frac{1}{2x} + x \right)$
- b. $e^{2x} \left(2 \ln \frac{1}{2x} + 2x \right)$
- c. $e^{2x} \left(2 \ln \frac{1}{2x} - \frac{1}{x} \right)$
- d. $e^{2x} \left(2 \ln \frac{1}{2x} - \frac{2}{x} \right)$

Ответ: с.

49. Найти производную функции

$$y(x) = \operatorname{arctg}(1 + x^2).$$

- a. $\frac{2x}{1+x^2}$
- b. $\frac{1}{1+x^2}$
- c. $\frac{1}{1+(1+x^2)^2}$
- d. $\frac{2x}{1+(1+x^2)^2}$

Ответ: d.

50. Найти производную функции

$$y(x) = \sin\sqrt{x}.$$

- a. $\cos\sqrt{x}$
- b. $\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$
- c. $\frac{1}{2\sin\sqrt{x}}$
- d. $\sqrt{x}\sin\sqrt{x}$

Ответ: b.

51. Дана производная функции $f(x): f'(x) = (x - 2)(x - 3)$. Если x_0 - точка максимума функции $f(x)$, то x_0 равно

- a. -2
- b. -3
- c. 0
- d. 2

Ответ: d.

52. Найти производную функции $y = f(x), f(x) = 5e^x - 2\ln x$.

- a. $5e^x - \frac{2}{x}$
- b. $5e^x + \frac{2}{x}$
- c. $e^x - \frac{2}{x^2}$
- d. $5e^x - 2\ln x$

Ответ: a.

53. Найти производную $\frac{d(\cos x + \arccos x)}{dx}$

- a. $-\sin x - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- b. $\sin x + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- c. $-\sin x - \frac{1}{\sin x}$
- d. $\sin x - \frac{1}{1+x^2}$

Ответ: a.

54. Найти производную функции $y(x) = \ln \sin x$.

- a. $\operatorname{ctg} x$
- b. $\operatorname{tg} x$
- c. $\frac{1}{\cos x}$
- d. $\frac{1}{\sin x}$

Ответ: a.

55. Найти производную функции $y(x) = e^{2x} \ln \frac{1}{2x}$.

- a. $e^{2x} \left(2\ln \frac{1}{2x} - \frac{1}{x} \right)$
- b. $e^{2x} \left(2\ln \frac{1}{2x} + x \right)$
- c. $e^{2x} \left(2\ln \frac{1}{2x} + 2x \right)$
- d. $e^{2x} \left(2\ln \frac{1}{2x} - \frac{2}{x} \right)$

Ответ: a.

56. Найти производную функции $f(x)$: $f(x) = \sin x \cos x$

- a. $\cos^2 x - \sin^2 x$
- b. 1
- c. $\frac{1}{\sin^2 x}$
- d. $\cos^2 x$

Ответ: а.

57. Найти производную функции $f(x)$: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$

- a. $\frac{2+x}{2(1+x)^{\frac{3}{2}}}$
- b. $\frac{2+3x}{2(1+x)^{\frac{3}{2}}}$
- c. $-\frac{1}{2(1+x)^{\frac{3}{2}}}$
- d. $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$

Ответ: а.

58. Найти производную функции $f(x)$: $f(x) = x^{\ln x}$

- a. $2 \ln x x^{\ln x - 1}$
- b. $\ln x x^{\ln x - 1}$
- c. $x^{\ln x - 1}$
- d. $x^{\ln x} \ln x$

Ответ: а.

59. Дана функция $f(x) = x^2$ на отрезке $x \in [0, 1]$. Найти точку $x_0 \in [0, 1]$, такую, что касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой, проходящей через точки $(x_1, y_1) = (0, y(0))$, $(x_2, y_2) = (1, y(1))$.

- a. $x_0 \notin [0, 1]$
- b. $x_0 = 0$
- c. $x_0 = \frac{1}{2}$
- d. $x_0 = 1$

Ответ: с.

60. Дана функция $f(x, y) = 5e^{3x}$.

Найти $\frac{\partial f}{\partial y}$.

- a. 0
- b. $5e^{3x}$
- c. $15e^{3x}$
- d. $15e^x$

Ответ: а.

61. Дана функция $f(x, y) = 5e^{3x} \sin y$.

Найти $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

- a. $-5e^{3x} \sin y$
- b. $5e^{3x} \sin y$
- c. $45e^{3x} \sin y$
- d. $-45e^{3x} \sin y$

Ответ: а.

62. Градиент функции двух переменных $\nabla f(x, y)$ - это
- вектор, направленный в сторону наискорейшего убывания функции
 - число, равное по модулю скорости роста функции
 - число, равное по модулю скорости убывания функции
 - вектор, направленный в сторону наискорейшего роста функции

Ответ: d.

63. Сколько имеется стационарных (критических) точек у функции ?

$$y(x) = x \sin x$$

- 1
- ни одной
- три точки
- бесконечное, счётное число точек

Ответ: d.

64. Найти вторую производную функции $f(x) = e^{-x^2}$.

- $2(2x^2 - 1)e^{-x^2}$
- e^{-x^2}
- $-2xe^{-x^2}$
- $(x^2 - 1)e^{-x^2}$

Ответ: а.

65. Найти вторую производную функции $f(x) = \arctg \frac{x}{a}$.

- $-\frac{2ax}{(a^2+x^2)^2}$
- $-\frac{2ax}{a^2+x^2}$
- $\frac{a}{a^2+x^2}$
- $\frac{a^2}{(a^2+x^2)^2}$

Ответ: а.

66. Найти значение производной $y = f(x) = x^2 + 2x + 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 1$.

- 0
- 1
- 2
- 1

Ответ: а.

4. Дифференциальные уравнения

1. Решение дифференциального уравнения $y' - y = 1$ имеет вид:

- $Ce^x + 1$
- $Ce^x - 1$
- Ce^x
- $Ce^{-x} + 1$

Ответ: b.

2. Решение дифференциального уравнения $y' + y = x$ имеет вид:

- $C_1 e^{-x} + \frac{x^2}{2} + C_2$

- b. $Ce^{-x} + x - 1$
- c. Ce^{-x}
- d. $Ce^{-x} + 1$

Ответ: b.

3. Решение дифференциального уравнения $y' - y = 2$ имеет вид:

- a. $Ce^x + 2$
- b. $Ce^x - 2$
- c. Ce^x
- d. $Ce^{-x} + 2$

Ответ: b.

4. Решение уравнения $y'' - 2y' + y = 0$, удовлетворяющее условиям $y(0) = 1$ и $y'(0) = -1$, имеет вид

- a. $y = e^{-x}(1 - x)$
- b. $y = \cos x - \sin x$
- c. $y = e^x(1 - 2x)$
- d. $y = e^x + e^{-x}$

Ответ: c.

5. Решение задачи Коши $3x^2y - (x^3 + 1)y' = 0, y(0) = 2$ есть

- a. $y = 2x^2 + 2$
- b. $y = 2e^x$
- c. $y = 2x^3 + 2$
- d. $y = x^3 + 2$

Ответ: c.

6. Общее решение дифференциального уравнения $xyy' = x^2 + \sqrt{x}$ имеет вид

- a. $y^2 = x^2 + 4\sqrt{x} + C$
- b. $y = Ce^x$
- c. $y = C\cos x + \sin x$
- d. $y^2 = x^2 + C$

Ответ: a.

7. Общее решение дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$ имеет вид

- a. $y = C_1e^x + C_2e^{-x}$
- b. $y = e^x$
- c. $y = C_1e^x + C_2xe^{2x}$
- d. $y = C_1e^{3x} + C_2e^{2x}$

Ответ: d.

8. Общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = 0$ имеет вид

- a. $y = e^{2x}(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x)$
- b. $y = e^x(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x)$
- c. $y = e^{2x}(C_1\cos x + C_2\sin x)$
- d. $y = C_1e^{2x} + C_2xe^{2x}$

Ответ: a.

9. Общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$ имеет вид

- a. $y = e^x(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x)$
- b. $y = e^{2x}(C_1\cos x + C_2\sin x)$
- c. $y = C_1e^{2x} + C_2xe^{2x}$

d. $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

Ответ: с.

10. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y = x^2 + 8$ следует искать в виде

- a. $A \cos x + B \sin x$
- b. $Ax^2 + B$
- c. $Ae^{2x} + Be^{-2x}$
- d. $Ae^{2x} + Bxe^{2x}$

Ответ: b.

11. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = 3x \sin 2x$ следует искать в виде

- a. $(Ax^2 + Bx) \cos 2x + (Cx^2 + Dx) \sin 2x$
- b. $A \cos 2x + B \sin 2x$
- c. $Ae^{2x} + Be^{-2x}$
- d. $Ae^{2x} + Bxe^{2x}$

Ответ: a.

12. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = 3 \sin 2x$ следует искать в виде

- a. $Ax \cos 2x + Bx \sin 2x$
- b. $Ae^{2x} + Be^{-2x}$
- c. $A \cos 2x + B \sin 2x$
- d. $Ae^{2x} + Bxe^{2x}$

Ответ: с.

13. Дифференциальное уравнение 1-го порядка $(x^3 - y^3)y' = y(y^2 + x^2)$ является уравнением

- a. с разделяющимися переменными
- b. однородным
- c. линейным
- d. в полных дифференциалах

Ответ: b.

14. Дифференциальное уравнение 1-го порядка $xy' + (x + 1)y = 3xe^{-x}$ является уравнением

- a. с разделяющимися переменными
- b. однородным
- c. в полных дифференциалах
- d. линейным

Ответ: d.

15. Для того, чтобы уравнение $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$, рассматриваемое в некоторой области D , было уравнением в полных дифференциалах, необходимо и достаточно, чтобы

- a. $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$ в области D
- b. $\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial x}$ в области D
- c. $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ в области D

d. $\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ в области D

Ответ: с.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.

1. Найти определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ: -1

2. Найти определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: 3

3. Найти определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ: 0

4. Решите систему линейных уравнений

$$2x + y + 3z = 11$$

$$4x + 5z = 19$$

$$-2y + z = 3$$

(ответ запишите в виде тройки чисел x y z через пробел, либо "решений нет", если решений нет).

Ответ: 1 0 3

5. Найти расстояние от точки $A(3,4)$ до прямой $y = 5$.

Ответ: 1

6. Найдите площадь треугольника, заданного точками $A(0,0)$, $B(5,0)$, $C(8,2)$.

Ответ: 5

7. Найдите угол (в градусах) между прямыми $y = x$, $y = -x$.

Ответ: 90

8. Вектор нормали к прямой $2x + 6y = 5$ равен (ответ запишите в виде пары чисел x y через пробел).

Ответ: 2 6

9. Вектор нормали к плоскости $2x + 6y + 7z = 15$ равен (ответ запишите в виде пары чисел x y z через пробел).

Ответ: 2 6 7

10. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $(-2,0,1)^T$, $(0,-1,1)^T$.

Ответ: 3

11. Найти расстояние от точки $A(3,4,5)$ до плоскости $z = 6$.

Ответ: 1

12. Найдите точку B – проекцию точки $A(1,2,3)$ на плоскость $y = 1$. Ответ запишите в виде тройки чисел x_B y_B z_B через пробел.
Ответ: 1 1 3
13. Найдите коэффициенты a, b, c уравнения плоскости $ax + by + cz = 1$, проходящей через точки $A(1,0,0)$, $B(0, 1/2, 0)$, $C(0,0, 1/3)$. Ответ запишите в виде тройки чисел a b c через пробел.
Ответ: 1 2 3
14. Найдите точку A пересечения двух прямых $5x - 4y + 2 = 0$, $7x - 6y + 4 = 0$. Ответ запишите в виде пары чисел x y через пробел.
Ответ: 2 3
15. Найдите точку A пересечения прямой $\frac{x+2}{3} = \frac{y-8}{-6} = \frac{z-1}{2} = t$ и плоскости $2x + y + 2z = 10$. Ответ запишите в виде тройки чисел x y z через пробел.
Ответ: 1 2 3
16. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах $a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,
 $c = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
Ответ: 2
17. Найдите расстояние между параллельными плоскостями $x + 2y + 2z = 0$, $x + 2y + 2z = 15$.
Ответ: 5
18. Найдите угол (в градусах) между плоскостями $x + 2y + 2z = 0$, $4x - y - z = 1$.
Ответ: 90
19. Найдите большую и малую полуоси эллипса $9x^2 + 25y^2 = 225$. Ответ запишите в виде пары чисел через пробел, сначала большая полуось, затем малая.
Ответ: 5 3
20. Найдите координаты F левого фокуса для эллипса $9x^2 + 25y^2 = 225$. Ответ запишите в виде пары чисел x y через пробел.
Ответ: -4 0
21. Дана вторая производная функции $f(x)$: $f''(x) = (x - 2)^2(x - 3)$. Найдите абсциссу точки перегиба графика функции $y = f(x)$.
Ответ: 3
22. Найдите абсциссу точки перегиба графика функции $y = 4x^3 + 12x^2 + x - 1$.
Ответ: -1
23. Дана производная функции $f(x)$: $f'(x) = (x - 2)(x - 3)$. Если x_0 – точка максимума функции, то чему равно x_0 .
Ответ: 2
24. Дана функция $f(x, y) = 5e^{3x}$. Найти $\frac{\partial f}{\partial y}$ при $x = 1$, $y = 0$.
Ответ: 0
25. Дана функция $f(x, y) = 5e^{3x} \sin y$. Найти $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ при $x = 1$, $y = 0$.
Ответ: 0

26. Дана функция $f(x, y) = 5e^{3x}$. Найти $\frac{\partial f}{\partial x}$ при $x = 0, y = 0$.

Ответ: 15

27. Найти $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Ответ: 4

28. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \left((1 + \cos x) \frac{4^x - 1}{16^x - 1} \right)$.

Ответ: 1

29. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + (-1)^n}{n}$.

Ответ: 0

30. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Ответ: 0

31. Найти значение производной функции $f(x)$ в точке $x = 0$. Функция имеет вид $f(x) = 5e^x + 2\cos x$.

Ответ: 5

32. Найти скалярное произведение векторов $(1, 2, 3), (4, 5, 6)$.

Ответ: 32

33. Найти векторное произведение векторов $(1, 0, 0), (0, 1, 0)$.

Ответ: $(0, 0, 1)$

34. Даны матрицы A, B , определено их произведение $C = AB$. Матрица A состоит из 2 строк и 5 столбцов. Матрица C состоит из 2 строк и 4 столбцов. Сколько строк и столбцов у матрицы B ? Ответ запишите в виде пары чисел (число строк, число столбцов) через пробел.

Ответ: 5 4

35. При каком значении параметра a система уравнений не имеет решений?

$$4x + a^2y = 12$$

$$x + y = a + 1$$

Ответ: -2

36. Чему равен ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$?

Ответ: 1

37. Вычислить $\frac{1}{(\operatorname{tg} x)'} - \frac{1}{(\operatorname{ctg} x)'}$

Ответ: 1

38. Найти неопределенный интеграл $\int (1 + 3x^2) dx$

Ответ: $x + x^3 + C, C \in R$

39. Найти неопределенный интеграл $\int 4e^x dx$

Ответ: $4e^x + C, C \in R$

40. Найти неопределенный интеграл $\int x e^x dx$

Ответ: $(x - 1)e^x + C, C \in R$

41. Найти неопределенный интеграл $\int \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{2}{x^2} \right) dx$

Ответ: $\operatorname{arctg} x + \frac{2}{x} + C, C \in R$

42. Найти неопределенный интеграл $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$

Ответ: $-\operatorname{ctg} x - x + C, C \in R$

43. Найти несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$

Ответ: 1

44. Найти несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$

Ответ: интеграл расходится

45. Найти определенный интеграл $\int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} dx$

Ответ: $\ln 3$

46. Найти определенный интеграл $\int_1^2 x^2 dx$

Ответ: $\frac{7}{3}$

47. Найти определенный интеграл $\int_0^2 \frac{2x+5}{x^2+5x+7} dx$

Ответ: $\ln 3$

48. Дана функция $f(x, y) = 5e^{3x}$. Найти $\frac{\partial f}{\partial y}$.

Ответ: 0

49. Дана функция $f(x, y) = 5e^{3x}$. Найти $\frac{\partial f}{\partial x}$.

Ответ: $15e^{3x}$

50. Дана производная функции $f(x)$: $f'(x) = (x - 2)(x - 3)$. Если x_0 – точка минимума $f(x)$, то чему равно x_0 ?

Ответ: 3