

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
**Первый Московский государственный медицинский университет им. И.М.
Сеченова** Министерства здравоохранения Российской Федерации
(Сеченовский Университет)

Кафедра Высшей математики, механики и
математического моделирования ИКНиММ НТПБ

Методические материалы по дисциплине:

Математика

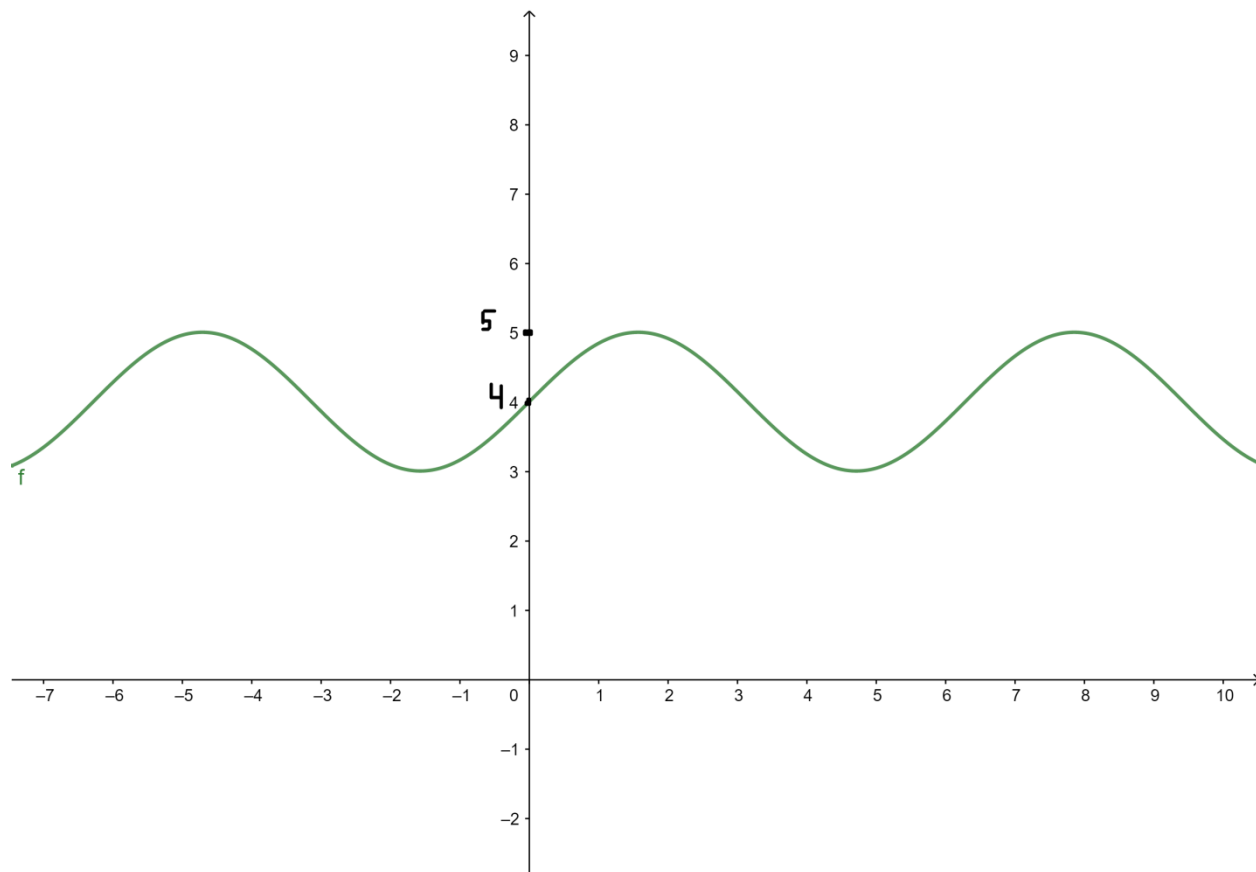
основная профессиональная образовательная программа
высшего/среднего профессионального образования - программа
бакалавриата

06.05.01 Биоинженерия и биоинформатика

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Правильный ответ во всех вопросах - а.

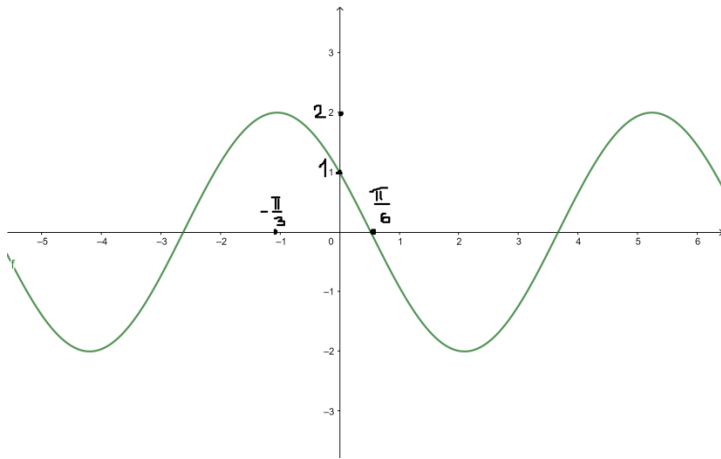
Вопрос 1.1: График какой функции изображен на рисунке?



Ответы:

- a) $\sin x + 4$
- b) $\cos x \cdot 4$
- c) $\sin(x + 4)$
- d) $\sin x \cdot 4$

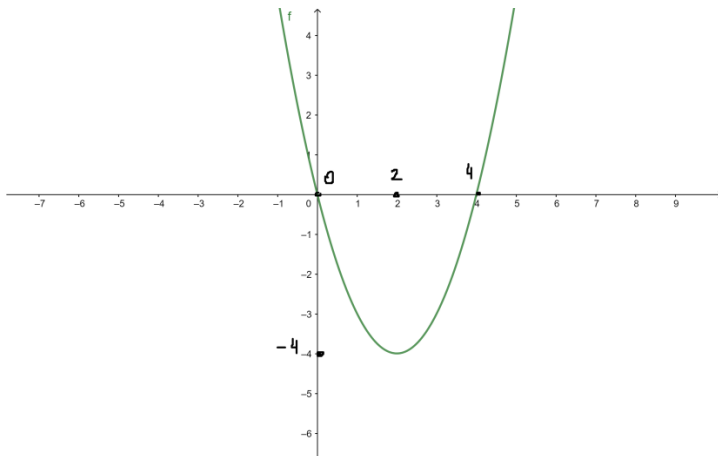
Вопрос 1.2: График какой функции изображен на рисунке?



ОТВЕТЫ:

- a) $2 \sin (x + \pi/3)$
- b) $2 \cos (x + \pi/3)$
- c) $-2 \sin (x + \pi/6)$
- d) $2 \cos (x - \pi/6)$

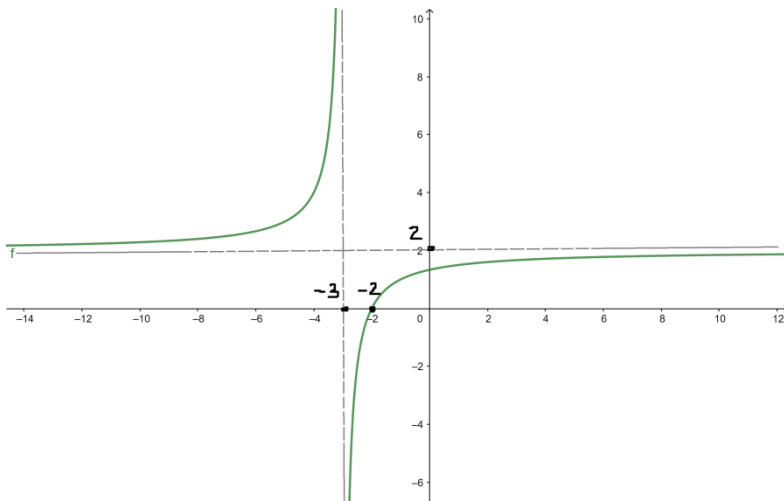
Вопрос 1.3: График какой функции изображен на рисунке?



ОТВЕТЫ:

- a) $(x - 2)^2 - 4$
- b) $x^2 - 4$
- c) $(x + 2)^2 - 4$
- d) $x^2 + 4x - 4$

Вопрос 1.4: График какой функции изображен на рисунке?



ОТВЕТЫ:

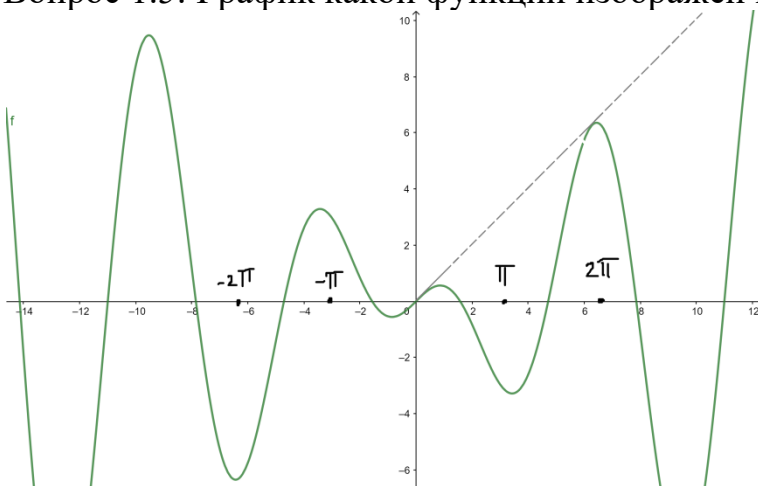
a) $\frac{2x + 4}{x + 3}$

b) $\frac{2x+4}{x-3}$

c) $\frac{x + 2}{x + 3}$

d) $\frac{x+3}{x-2}$

Вопрос 1.5: График какой функции изображен на рисунке?



ОТВЕТЫ:

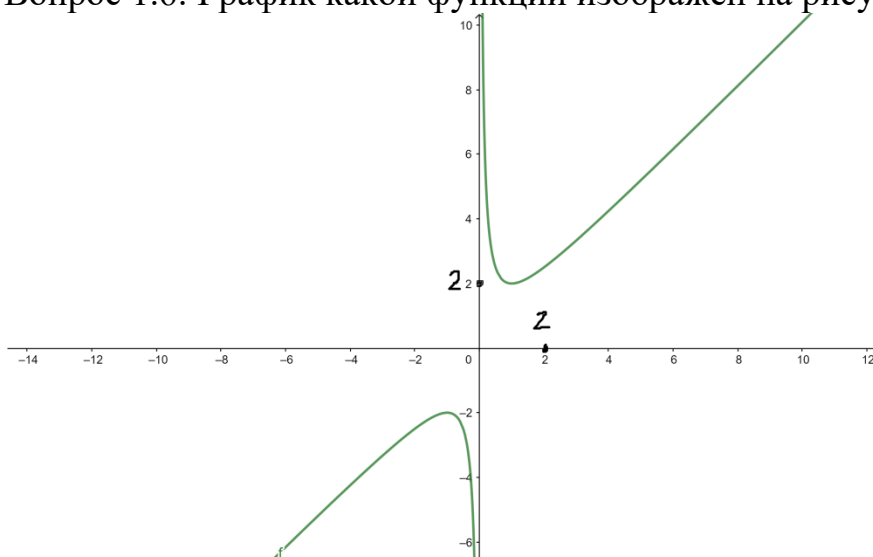
a) $x \cdot \sin x$

b) $x + \sin x$

c) $x + \cos x$

d) $x \cdot \cos x$

Вопрос 1.6: График какой функции изображен на рисунке?



Ответы:

- a) $(x^2 + 1)/x$
- b) $x - 1/x$
- c) $2x + 1/x$
- d) $1/x - x$.

Вопрос 2.1: $\vec{a} \cdot \vec{b}$ – скалярное произведение векторов. Выберите ложное утверждение.

Ответы:

- a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно площади параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b}
- b) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ является числом
- c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b$
- d) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$

Вопрос 2.2: $\vec{a} \times \vec{b}$ – векторное произведение векторов. Выберите ложное утверждение.

Ответы:

- a) $|\vec{a} \times \vec{b}| = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b$
- b) $\vec{a} \times \vec{b}$ является вектором, направленным перпендикулярно векторам \vec{a} и \vec{b}
- c) $|\vec{a} \times \vec{b}|$ равно площади параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b}

d) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \alpha$

Вопрос 2.3: Вычислите $2\vec{i} \times 3\vec{j}$ – векторное произведение векторов.

Ответы:

a) $6\vec{k}$

b) $-6\vec{k}$

c) 0

d) 6

Вопрос 2.4: Вычислите $2\vec{i} \cdot 3\vec{j}$ – скалярное произведение векторов.

Ответы:

a) 0

b) $-6\vec{k}$

c) $6\vec{k}$

d) 6

Вопрос 3.1: Последовательность $a_n = \frac{n+1}{n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) является

Ответы:

a) сходящейся b) бесконечно большой c) бесконечно малой d) расходящейся

Вопрос 3.2: Последовательность $a_n = \frac{1}{n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) является

a) бесконечно малой b) бесконечно большой c) возрастающей d) расходящейся

Вопрос 3.3: Последовательность $a_n = n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) является

a) бесконечно большой b) сходящейся c) бесконечно малой d) ограниченной

Вопрос 3.4: Последовательность $a_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) является

a) сходящейся b) бесконечно большой c) убывающей d) расходящейся

Вопрос 3.5: Последовательность $a_n = (-1)^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) является

a) расходящейся b) бесконечно большой c) бесконечно малой d) сходящейся

Вопрос 3.6: Последовательность $a_n = \frac{(-1)^{2n}}{\sqrt{n}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) является

а) бесконечно малой б) бесконечно большой с) знакопередающей d) расходящейся

Вопрос 4.1: Предел последовательности $a_n = \frac{1+n}{n^2}$ ($n = 1,2,3, \dots$) равен

ОТВЕТЫ:

а) 0 б) $\frac{1}{2}$ в) 1 г) нет предела

Вопрос 4.2: Предел последовательности $a_n = \frac{2n+3}{n}$ ($n = 1,2,3, \dots$) равен

ОТВЕТЫ:

а) 2 б) 0 в) 3 г) нет предела

Вопрос 4.3: Предел последовательности $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ($n = 1,2,3, \dots$) равен

ОТВЕТЫ:

а) 0 б) $\frac{1}{2}$ в) 5 г) нет предела

Вопрос 4.4: Предел последовательности $a_n = 4^{-n}$ ($n = 1,2,3, \dots$) равен

ОТВЕТЫ:

а) 0 б) 4 в) нет предела г) $\frac{1}{4}$

Вопрос 4.5: Предел последовательности $a_n = \frac{n^2+4}{2n^2}$ ($n = 1,2,3, \dots$) равен

ОТВЕТЫ:

а) $\frac{1}{2}$ б) 0 в) 4 г) нет предела

Вопрос 4.6: Предел последовательности $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ($n = 1,2,3, \dots$) равен

ОТВЕТЫ:

а) e б) 0 в) нет предела г) 1

Вопрос 5.1: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{x^2} =$

ОТВЕТЫ:

а) 8 б) 4 в) 2 г) 16

Вопрос 5.2: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2} =$

ОТВЕТЫ:

a) 9 b) 0 c) 3 d) 4,5

Вопрос 5.3: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 2x} =$

ОТВЕТЫ:

a) 5 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 10

Вопрос 5.4: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{2x} =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) $\frac{1}{4}$ d) 0

Вопрос 5.5: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{2x}}$

ОТВЕТЫ:

a) $e^{-\frac{1}{2}}$ b) $e^{\frac{1}{2}}$ c) e d) e^{-1}

Вопрос 5.6: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{3}{x}}$

ОТВЕТЫ:

a) e^3 b) 1 c) e^{-3} d) e

Вопрос 6.1: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} =$

ОТВЕТЫ:

a) 4 b) -4 c) 1 d) -2

Вопрос 6.2: $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\pi \sin x}{2x} =$

ОТВЕТЫ:

a) 1 b) 0 c) $\pi/2$ d) $\frac{1}{2}$

Вопрос 6.3: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x + 3}{3x^2 + 2x + 1}$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{3}$ b) 1 c) 3 d) ∞

Вопрос 6.4: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x-2}$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) ∞ d) $\frac{3}{2}$

Вопрос 6.5: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{6x^2 - 5}$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{2}$ b) 0 c) $-\frac{1}{5}$ d) 1

Вопрос 6.6: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

ОТВЕТЫ:

a) 2 b) 1 c) ∞ d) 0

Вопрос 7.1: Пусть выполнено $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$. Каким свойством обладает функция $f(x)$?

ОТВЕТЫ:

a) непрерывна в точке 0 b) имеет производную в точке 0 c) дифференцируема в точке 0 d) разрывна в точке 0

Вопрос 7.2: Выберите непрерывную в точке 0 функцию.

ОТВЕТЫ:

a) $f(x) = |x|$ b) $f(x) = \frac{x}{|x|}$ c) $f(x) = \frac{1}{x}$ d) $f(x) = \operatorname{ctg} x$

Вопрос 7.3: Пусть $f(x)$ имеет производную и локальный экстремум в точке x_0 . Выберите верное утверждение.

ОТВЕТЫ:

a) $f'(x_0) = 0$ b) $f'(x_0) < 0$ c) $f'(x_0) > 0$ d) про $f'(x_0)$ ничего неизвестно

Вопрос 7.4: Пусть $f(x)$ имеет производную в точке x_0 . Выберите неверное утверждение.

a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{x} = f'(x_0)$ b) $f(x)$ непрерывна в точке x_0

c) $f(x)$ дифференцируема в точке x_0

d) $\Delta f(x) = f'(x_0) \Delta x + \alpha(\Delta x) \Delta x, \alpha(\Delta x) \rightarrow 0$ при $\Delta x \rightarrow 0$

Вопрос 7.5: Пусть $f(x)$ возрастает на отрезке $[0, 1]$ и имеет производную в каждой точке. Выберите верное утверждение.

Ответы:

a) $f'(1/2) > 0$ b) $f'(1/2) < 0$ c) $f'(1/2) = 0$ d) про $f'(1/2)$ ничего неизвестно

Вопрос 7.6: Пусть $f'(x) < 0$ на отрезке $[0, 1]$. Выберите верное утверждение.

Ответы:

a) $f(x)$ убывает на отрезке b) $f(x)$ возрастает на отрезке c) $f(x)$ имеет локальный минимум на отрезке d) про $f(x)$ ничего неизвестно

Вопрос 8.1: Наибольшее значение функции 2^{-x^2+2x+2} на отрезке $[0; 2]$ равно

Ответы:

a) 8 b) 4 c) 16 d) 1

Вопрос 8.2: Наименьшее значение функции 2^{x^2+4x+8} на отрезке $[-3, 0]$ равно

Ответы:

a) 16 b) 32 c) 8 d) 4

Вопрос 8.3: Наименьшее значение функции $x^3 - 3x^2$ на отрезке $[0, 3]$ равно

Ответы:

a) -4 b) -3 c) 0 d) -2

Вопрос 8.4: Наибольшее значение функции $x^3 - 12x$ на отрезке $[-4, 0]$ равно

Ответы:

a) 16 b) 20 c) 24 d) 11

Вопрос 8.5: Наименьшее значение функции $e^x(x-1)$ на $[-2; 2]$ отрезке равно

Ответы:

a) -1 b) -2 c) 0 d) $-e$

Вопрос 8.6: Наибольшее значение функции $e^{-x}(x-1)$ на $[0; 4]$ отрезке равно

ОТВЕТЫ:

a) e^{-2} b) $2e^{-3}$ c) $1/2e^{-0.5}$ d) 1

Вопрос 9.1: Пятая производная функции $y = \sin(2x)$ равна

ОТВЕТЫ:

a) $32 \cos(2x)$ b) $-5 \cos(2x)$ c) $-32 \cos(2x)$ d) $5 \sin(2x)$

Вопрос 9.2: Третья производная функции $y = \sin(3x)$ равна

ОТВЕТЫ:

a) $-27 \cos(3x)$ b) $3 \cos(3x)$ c) $27 \cos(3x)$ d) $3 \sin(3x)$

Вопрос 9.3: Пятая производная функции $y = \cos(2x)$ равна

ОТВЕТЫ:

a) $-32 \sin(2x)$ b) $5 \cos(2x)$ c) $32 \sin(2x)$ d) $5 \sin(2x)$

Вопрос 9.4: Третья производная функции $y = \cos(3x)$ равна

ОТВЕТЫ:

a) $27 \sin(3x)$ b) $3 \cos(3x)$ c) $-27 \sin(3x)$ d) $3 \sin(3x)$

Вопрос 9.5: Четвертая производная функции $y = \sin(2x)$ равна

ОТВЕТЫ:

a) $16 \sin(2x)$ b) $4 \cos(2x)$ c) $-16 \sin(2x)$ d) $4 \sin(2x)$

Вопрос 9.6: Четвертая производная функции $y = \cos(3x)$ равна

ОТВЕТЫ:

a) $81 \cos(3x)$ b) $-4 \cos(3x)$ c) $-81 \cos(3x)$ d) $4 \sin(3x)$

Вопрос 10.1: Отметьте функцию, выпуклую вниз на отрезке $[0;1]$

ОТВЕТЫ:

a) 2^x b) $\cos(x)$ c) $\sin(x)$ d) \sqrt{x}

Вопрос 10.2: Отметьте функцию, выпуклую вниз на отрезке $[0;1]$

ОТВЕТЫ:

a) 3^x b) $\arctg(x)$ c) $\sin(x)$ d) $\sqrt{x+1}$

Вопрос 10.3: Отметьте функцию, выпуклую вниз на отрезке $[0;1]$

ОТВЕТЫ:

a) 4^x b) $\ln(x+1)$ c) $\sin(x)$ d) $\sqrt{x+2}$

Вопрос 10.4: Отметьте функцию, выпуклую вверх на отрезке $[0;1]$

ОТВЕТЫ:

a) $\cos(x)$ b) 2^x c) $-\sin(x)$ d) x^2

Вопрос 10.5: Отметьте функцию, выпуклую вверх на отрезке $[0;1]$

ОТВЕТЫ:

a) $\sin(x)$ b) $\tg(x)$ c) 3^x d) $(x+1)^2$

Вопрос 10.6: Отметьте функцию, выпуклую вверх на отрезке $[0;1]$

ОТВЕТЫ:

a) $\ln(x+1)$ b) 4^x c) $\tg(x)$ d) $(x+2)^2$

Вопрос 11.1: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{2}$ b) 0 c) 1 d) 2

Вопрос 11.2: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1 + x}{x^2} =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{2}$ b) 0 c) 1 d) 2

Вопрос 11.3: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^3} =$

ОТВЕТЫ:

- a) $-\frac{1}{6}$ b) 0 c) $\frac{1}{6}$ d) 3

Вопрос 11.4: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2} =$

ОТВЕТЫ:

- a) $-\frac{1}{2}$ b) 0 c) $\frac{1}{2}$ d) 2

Вопрос 11.5: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^2} =$

ОТВЕТЫ:

- a) 0 b) $-\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{6}$ d) 3

Вопрос 11.6: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + x}{x^2} =$

ОТВЕТЫ:

- a) $-\frac{1}{2}$ b) 0 c) $\frac{1}{2}$ d) 2

Вопрос 12.1: $\int \frac{1}{x^2 + 4} dx =$

ОТВЕТЫ:

- a) $\frac{1}{2} \arctg \frac{x}{2} + C$ b) $2 \arctg(2x) + C$ c) $2 \arctg \frac{x}{2} + C$ d) $\frac{1}{2} \arctg(2x) + C$

Вопрос 12.2: $\int \frac{1}{x^2 + 9} dx =$

ОТВЕТЫ:

- a) $\frac{1}{3} \arctg \frac{x}{3} + C$ b) $3 \arctg(3x) + C$ c) $3 \arctg \frac{x}{3} + C$ d) $\frac{1}{3} \arctg(3x) + C$

Вопрос 12.3: $\int \frac{1}{x^2 - 4} dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ b) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ c) $2 \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ d) $4 \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$

Вопрос 12.4: $\int \frac{1}{x^2 - 9} dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$ b) $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$ c) $3 \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$ d) $6 \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$

Вопрос 12.5: $\int \frac{x}{x^2 + 4} dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + C$ b) $\frac{x}{2} \ln(x^2 + 4) + C$ c) $2 \ln(x^2 + 4) + C$ d) $2x \ln(x^2 + 4) + C$

Вопрос 12.6: $\int \frac{x}{x^2 - 4} dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{2} \ln|x^2 - 4| + C$ b) $\frac{x}{2} \ln|x^2 - 4| + C$ c) $2 \ln|x^2 - 4| + C$ d) $2x \ln|x^2 - 4| + C$

Вопрос 13.1: $\int xe^x dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $(x-1)e^x + C$ b) $xe^x + C$ c) $\frac{1}{2}x^2e^x + C$ d) $xe^{x+1} + C$

Вопрос 13.2: $\int xe^{2x} dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{2x-1}{4}e^{2x} + C$ b) $\frac{x-2}{4}e^{2x} + C$ c) $\frac{1}{2}x^2e^{2x} + C$ d) $xe^{2x+1} + C$

Вопрос 13.3: $\int (x-1)e^x dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $(x-2)e^x + C$ b) $(x-1)e^x + C$ c) $\frac{1}{2}(x-1)^2 e^x + C$ d) $xe^x + C$

Вопрос 13.4: $\int (x-1)e^{2x} dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{2x-3}{4}e^{2x} + C$ b) $\frac{3x-2}{4}e^{2x} + C$ c) $\frac{1}{2}(x-1)^2 e^{2x} + C$ d) $xe^{2x-1} + C$

Вопрос 13.5: $\int (x-2)e^x dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $(x-3)e^x + C$ b) $(x-2)e^x + C$ c) $\frac{1}{2}(x-2)^2 e^x + C$ d) $(x-1)e^x + C$

Вопрос 13.6: $\int (x-2)e^{2x} dx =$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{2x-5}{4}e^{2x} + C$ b) $\frac{5x-2}{4}e^{2x} + C$ c) $\frac{1}{2}(x-2)^2 e^{2x} + C$ d) $xe^{2(x-1)} + C$

Вопрос 14.1: Диаметр разбиения отрезка $[0;2]$ точками $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{3}{10}$,

$x_2 = \frac{7}{10}$, $x_3 = \frac{6}{5}$, $x_4 = \frac{17}{10}$ и $x_5 = 2$ равен

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{10}$

Вопрос 14.2: Диаметр разбиения отрезка $[0;2]$ точками $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{3}{10}$,

$x_2 = \frac{4}{5}$, $x_3 = \frac{13}{10}$, $x_4 = \frac{17}{10}$ и $x_5 = 2$ равен

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{10}$

Вопрос 14.3: Диаметр разбиения отрезка $[0; 2]$ точками $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{3}{8}$,
 $x_2 = \frac{7}{8}$, $x_3 = \frac{5}{4}$, $x_4 = \frac{13}{8}$ и $x_5 = 2$ равен

Ответы:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4}$

Вопрос 14.4: Диаметр разбиения отрезка $[0; 2]$ точками $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{3}{8}$,
 $x_2 = \frac{3}{4}$, $x_3 = \frac{5}{4}$, $x_4 = \frac{13}{8}$ и $x_5 = 2$ равен

Ответы:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4}$

Вопрос 14.5: Диаметр разбиения отрезка $[0; 2]$ точками $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{1}{3}$,
 $x_2 = \frac{5}{6}$, $x_3 = \frac{4}{3}$, $x_4 = \frac{3}{2}$ и $x_5 = 2$ равен

Ответы:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{6}$

Вопрос 14.6: Диаметр разбиения отрезка $[0; 2]$ точками $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{5}{8}$,
 $x_2 = \frac{3}{4}$, $x_3 = \frac{5}{4}$, $x_4 = \frac{13}{8}$ и $x_5 = 2$ равен

Ответы:

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$

Вопрос 14.7: Укажите правильно составленную интегральную сумму для функции $y = x^2$ и отмеченного разбиения $\{x_0 = 0, x_1 = 1/3, x_2 = 2/3, x_3 = 1; \xi_1 = 1/3, \xi_2 = 2/3, \xi_3 = 1\}$ на отрезке $[0; 1]$.

Ответы:

$$\text{a) } \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} (1)^2$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + (1)^2$$

$$\text{c) } \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + 1$$

$$\text{d) } \frac{1}{3} (0)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

Вопрос 14.8: Укажите правильно составленную интегральную сумму для функции $y = x^2$ и отмеченного разбиения $\{x_0 = 0, x_1 = 1/3, x_2 = 2/3, x_3 = 1; \xi_1 = 1/6, \xi_2 = 1/2, \xi_3 = 5/6\}$ на отрезке $[0; 1]$.

Ответы:

$$\text{a) } \frac{1}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + (1)^2$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$\text{d) } \frac{1}{3} (0)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

Вопрос 14.9: Укажите правильно составленную интегральную сумму для функции $y = \sin x$ и отмеченного разбиения $\{x_0 = 0, x_1 = \pi/3, x_2 = 2\pi/3, x_3 = \pi; \xi_1 = \pi/6, \xi_2 = \pi/2, \xi_3 = 5\pi/6\}$ на отрезке $[0; \pi]$.

Ответы:

$$\text{a) } \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \sin \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{b) } \sin 0 + \sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{c) } \sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{d) } \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \sin \pi$$

Вопрос 14.10: Укажите правильно составленную интегральную сумму для функции $y = \sin x$ и отмеченного разбиения $\{x_0 = 0, x_1 = \pi/3, x_2 = 2\pi/3, x_3 = \pi; \xi_1 = \pi/3, \xi_2 = 2\pi/3, \xi_3 = \pi\}$ на отрезке $[0; \pi]$.

Ответы:

a) $\frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \sin \pi$

b) $\sin 0 + \sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} + \sin \pi$

c) $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} + \sin \pi$

d) $\frac{\pi}{3} \sin 0 + \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3}$

Вопрос 14.11: Вычислите интегральную сумму для функции $y = x^2$ и отмеченного разбиения $\{x_0 = 0, x_1 = 1/3, x_2 = 2/3, x_3 = 1; \xi_1 = 1/3, \xi_2 = 2/3, \xi_3 = 1\}$ на отрезке $[0; 1]$.

Ответы:

a) $\frac{14}{27}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{8}{27}$ d) $\frac{5}{27}$

Вопрос 14.12: Вычислите интегральную сумму для функции $y = \sin x$ и отмеченного разбиения $\{x_0 = 0, x_1 = \pi/3, x_2 = 2\pi/3, x_3 = \pi; \xi_1 = \pi/6, \xi_2 = \pi/2, \xi_3 = 5\pi/6\}$ на отрезке $[0; \pi]$.

Ответы:

a) $\frac{2\pi}{3}$ b) 2 c) $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{2}$

Вопрос 15.1: Площадь области, ограниченной прямой $y = x + 2$ и параболой $y = x^2$, равна

Ответы:

a) 4,5 b) 3,5 c) 2,5 d) 5,5

Вопрос 15.2: Площадь области, ограниченной прямой $y = 2 - x$ и параболой $y = x^2$, равна

Ответы:

a) 4,5 b) 3,5 c) 2,5 d) 5,5

Вопрос 15.3: Площадь области, ограниченной прямой $y = 2x + 3$ и параболой $y = x^2$, равна

Ответы:

- a) $\frac{32}{3}$ b) $\frac{22}{3}$ c) $\frac{31}{3}$ d) $\frac{23}{3}$

Вопрос 15.4: Площадь области, ограниченной прямой $y = 3 - 2x$ и параболой $y = x^2$, равна

Ответы:

- a) $\frac{32}{3}$ b) $\frac{22}{3}$ c) $\frac{31}{3}$ d) $\frac{23}{3}$

Вопрос 15.5: Площадь области, ограниченной прямой $y = -2x - 3$ и параболой $y = -x^2$, равна

Ответы:

- a) $\frac{32}{3}$ b) $\frac{22}{3}$ c) $\frac{31}{3}$ d) $\frac{23}{3}$

Вопрос 15.6: Площадь области, ограниченной прямой $y = 2x - 3$ и параболой $y = -x^2$, равна

Ответы:

- a) $\frac{32}{3}$ b) $\frac{22}{3}$ c) $\frac{31}{3}$ d) $\frac{23}{3}$

Вопрос 16.1: Объём тела, образованного вращением подграфика функции $y = \sin(x)$ на отрезке $[0; \pi]$ вокруг оси Ox равен

Ответы:

- a) $\frac{\pi^2}{2}$ b) π c) $\frac{\pi}{2}$ d) π^2

Вопрос 16.2: Объём тела, образованного вращением подграфика функции $y = \sin(x)$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ вокруг оси Ox равен

Ответы:

- a) $\frac{\pi^2}{4}$ b) π c) $\frac{\pi}{4}$ d) π^2

Вопрос 16.3: Объём тела, образованного вращением подграфика функции $y = \cos(x)$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ вокруг оси Ox равен

ОТВЕТЫ:

- a) $\frac{\pi^2}{4}$ b) π c) $\frac{\pi}{4}$ d) π^2

Вопрос 16.4: Объём тела, образованного вращением подграфика функции $y = \sin(x)$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ вокруг оси Ox равен

ОТВЕТЫ:

- a) $\frac{\pi^2}{4}$ b) π c) $\frac{\pi}{4}$ d) π^2

Вопрос 16.5: Объём тела, образованного вращением подграфика функции $y = \sin(2x)$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ вокруг оси Ox равен

ОТВЕТЫ:

- a) $\frac{\pi^2}{4}$ b) π c) $\frac{\pi}{4}$ d) π^2

Вопрос 16.6: Объём тела, образованного вращением подграфика функции $y = \sin(3x)$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ вокруг оси Ox равен

ОТВЕТЫ:

- a) $\frac{\pi^2}{6}$ b) π c) $\frac{\pi}{6}$ d) π^2

Вопрос 17.1: Система линейных уравнений $\begin{cases} 2x + y = 9, \\ 2y + z = -9, \\ 2z + x = 18 \end{cases}$ имеет решение

ОТВЕТЫ:

- a) $x = 8, y = -7, z = 5$ b) $x = -7, y = 5, z = 8$ c) $x = 5, y = 8, z = -7$

d) $x = 9, y = -9, z = 18$

Вопрос 17.2: Система линейных уравнений $\begin{cases} 2x + y = -9, \\ 2y + z = 18, \\ 2z + x = 9 \end{cases}$ имеет решение

Ответы:

a) $x = -7, y = 5, z = 8$ b) $x = 8, y = -7, z = 5$ c) $x = 5, y = 8, z = -7$

d) $x = 9, y = -9, z = 18$

Вопрос 17.3: Система линейных уравнений $\begin{cases} 2x + y = 18, \\ 2y + z = 9, \\ 2z + x = -9 \end{cases}$ имеет решение

Ответы:

a) $x = 5, y = 8, z = -7$ b) $x = -7, y = 5, z = 8$ c) $x = 8, y = -7, z = 5$

d) $x = 9, y = -9, z = 18$

Вопрос 17.4: Система линейных уравнений $\begin{cases} x + 2y = 9, \\ 2x + z = -9, \\ y + 2z = 18 \end{cases}$ имеет решение

Ответы:

a) $x = -7, y = 8, z = 5$ b) $x = 5, y = -7, z = 8$ c) $x = 8, y = 5, z = -7$

d) $x = 9, y = -9, z = 18$

Вопрос 17.5: Система линейных уравнений $\begin{cases} x + 2y = -9, \\ 2x + z = 18, \\ y + 2z = 9 \end{cases}$ имеет решение

Ответы:

a) $x = 5, y = -7, z = 8$ b) $x = -7, y = 8, z = 5$ c) $x = 8, y = 5, z = -7$

d) $x = 9, y = -9, z = 18$

Вопрос 17.6: Система линейных уравнений $\begin{cases} x + 2y = 18, \\ 2x + z = 9, \\ y + 2z = -9 \end{cases}$ имеет решение

Ответы:

a) $x = 8, y = 5, z = -7$ b) $x = 5, y = -7, z = 8$ c) $x = -7, y = 8, z = 5$

d) $x = 9, y = -9, z = 18$

Вопрос 18.1: Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ равен

Ответы:

a) 9 b) 1 c) 16 d) 25

Вопрос 18.2: Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ равен

Ответы:

a) 28 b) 27 c) 10 d) 12

Вопрос 18.3: Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ равен

Ответы:

a) 19 b) 18 c) 9 d) 11

Вопрос 18.4: Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ равен

Ответы:

a) 13 b) 14 c) 7 d) 8

Вопрос 18.5: Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ равен

ОТВЕТЫ:

a) 9 b) 1 c) 16 d) 25

Вопрос 18.6: Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ равен

ОТВЕТЫ:

a) 28 b) 27 c) 10 d) 12

Вопрос 19.1: Выберите прямую, параллельную плоскости

$$2x + 3y - z + 5 = 0.$$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$

b) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$

c) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-5}{-1}$

d) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$

Вопрос 19.2: Выберите прямую, перпендикулярную плоскости

$$2x + 3y - z + 5 = 0.$$

ОТВЕТЫ:

a) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-5}{-1}$

b) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$

c) $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$

d) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$

Вопрос 19.3: Выберите плоскость, которой принадлежит прямая

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{1}$$

Ответы:

- a) $x + y + z + 2 = 0$
- b) $x + y + z - 5 = 0$
- c) $2x - 3y + z - 5 = 0$
- d) $x + 2y - 5z - 30 = 0$

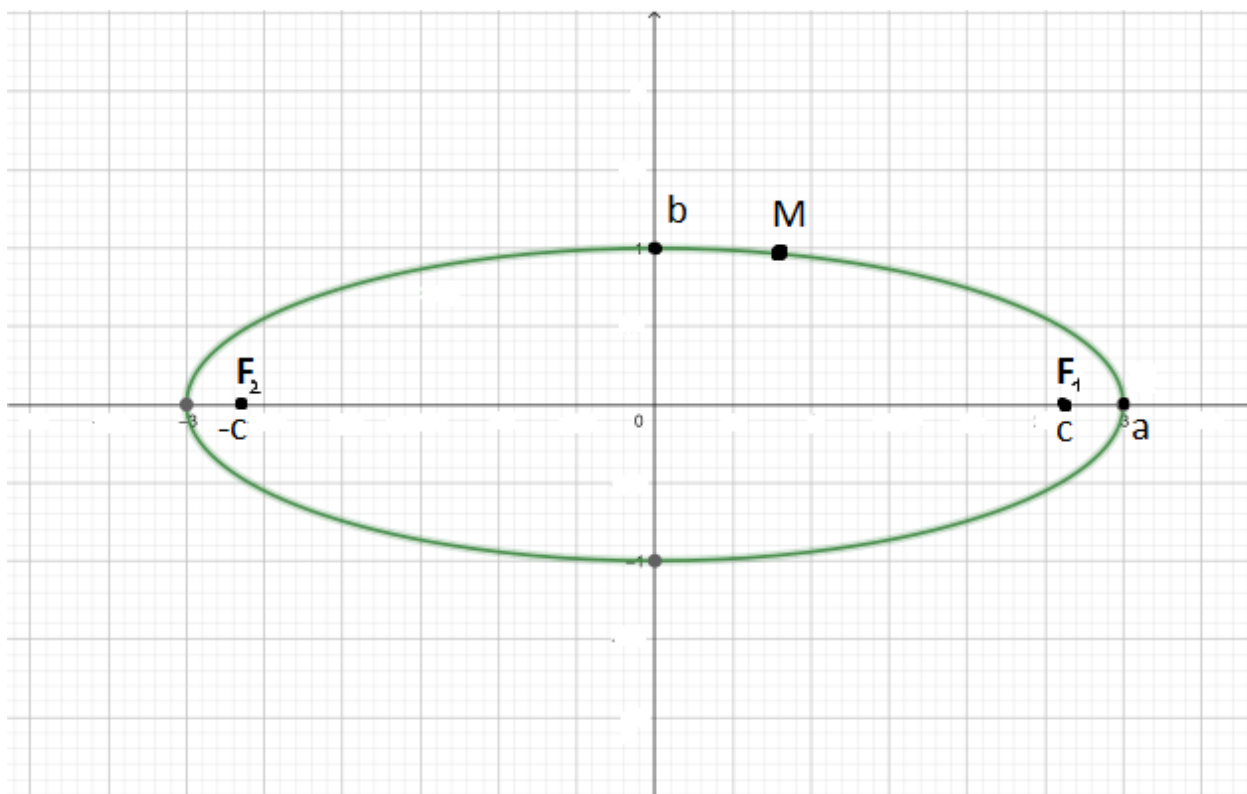
Вопрос 19.4: Выберите плоскость, перпендикулярную прямой

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{1}$$

Ответы:

- a) $2x - 3y + z - 5 = 0$
- b) $x + y + z - 5 = 0$
- c) $x + y + z + 2 = 0$
- d) $x + 2y - 5z - 30 = 0$

Вопрос 20.1:

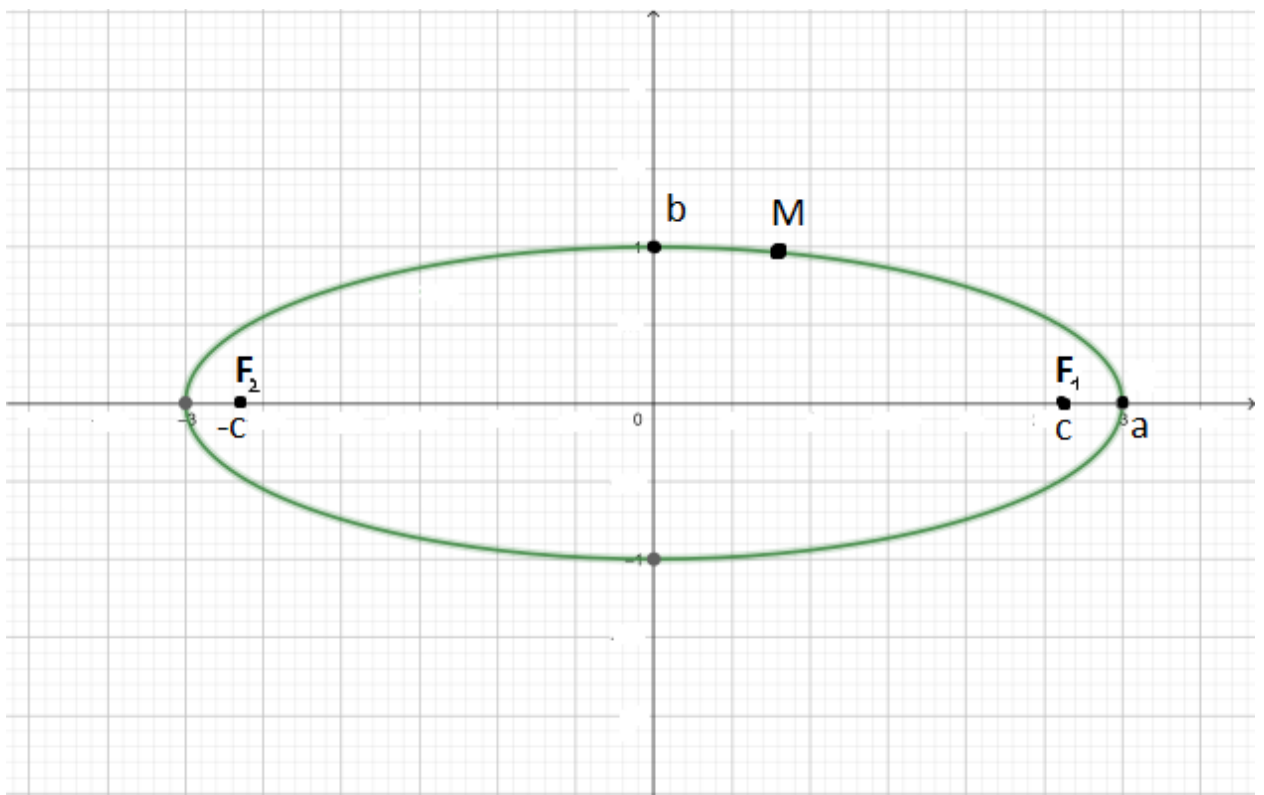


Точка M - произвольная точка кривой. Выполнено соотношение $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.
Выберите верное утверждение:

Ответы:

- a) сумма расстояний $F_1M + F_2M$ постоянна
- b) разность расстояний $F_2M - F_1M$ постоянна
- c) расстояние F_1M равно расстоянию от точки M до прямой $x = -c$
- d) все перечисленное неверно

Вопрос 20.2:

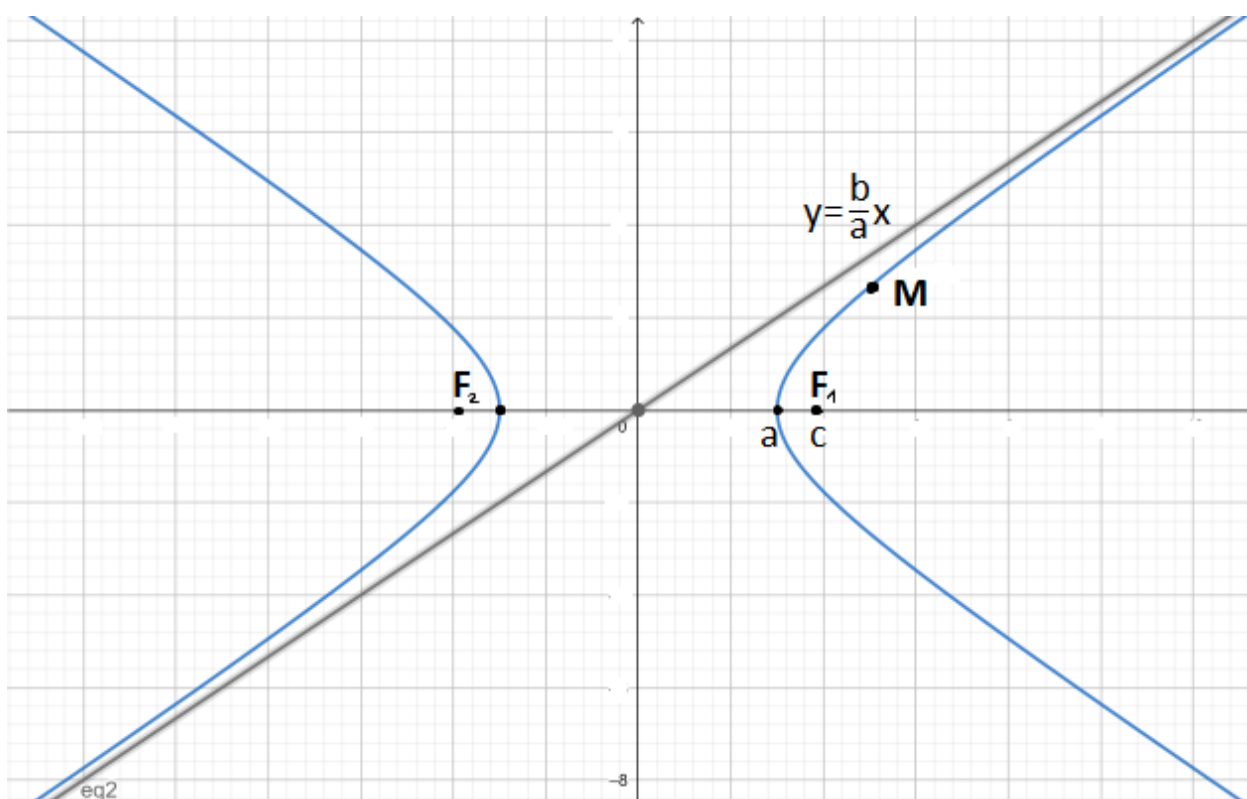


Точка M - произвольная точка кривой. Выполнено соотношение $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.
Чему равна сумма расстояний $F_1M + F_2M$?

Ответы:

- a) $2a$
- b) $2b$
- c) $2c$
- d) сумма зависит от точки M

Вопрос 20.3:

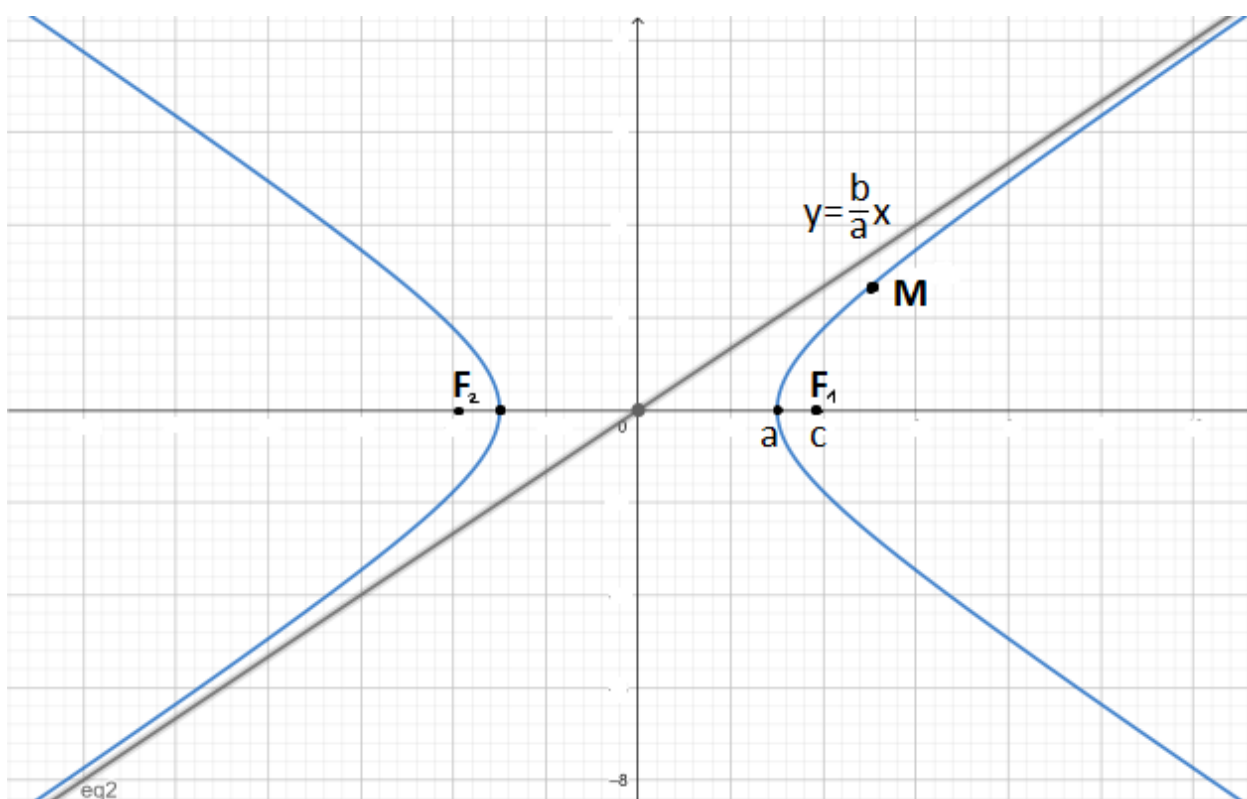


Точка M - произвольная точка правой ветви кривой. Выполнено соотношение $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Выберите верное утверждение:

Ответы:

- a) разность расстояний $F_2M - F_1M$ постоянна
- b) сумма расстояний $F_1M + F_2M$ постоянна
- c) расстояние F_1M равно расстоянию от точки M до прямой $x = 0$
- d) все перечисленное неверно

Вопрос 20.4:

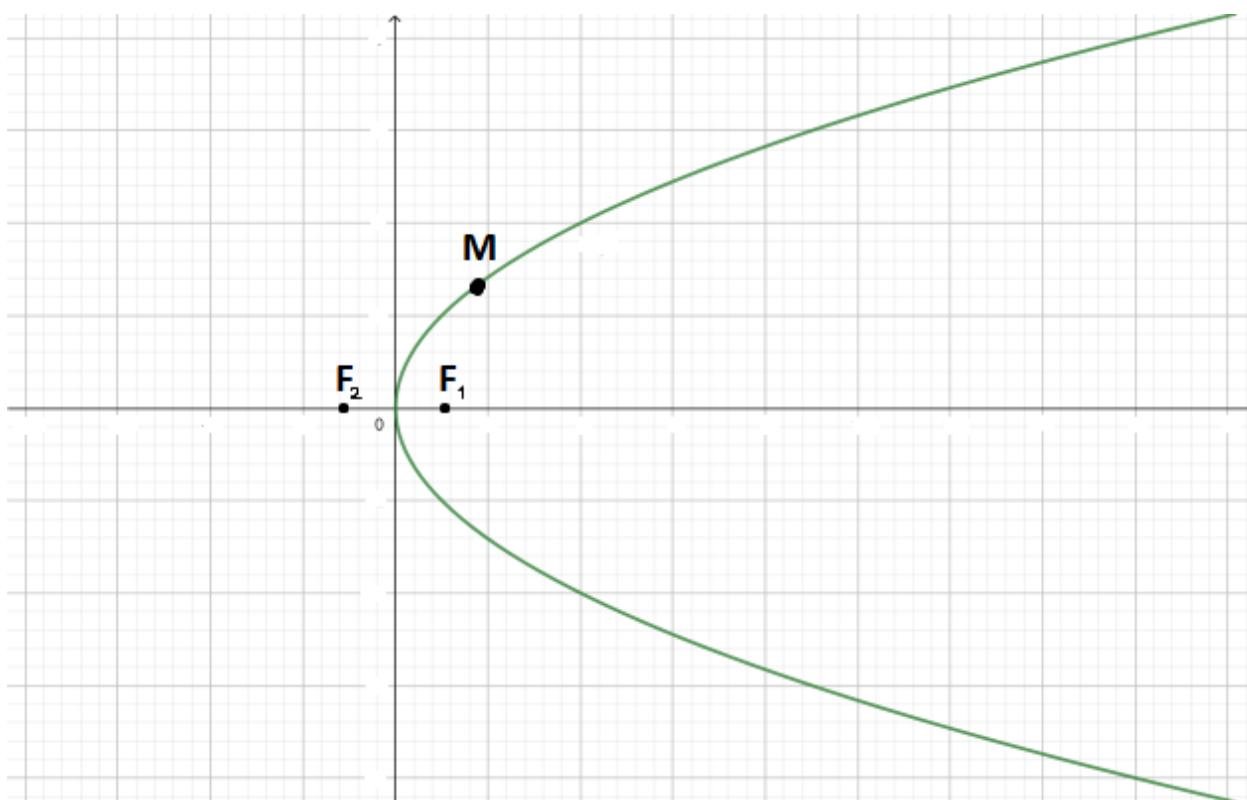


Точка M - произвольная точка правой ветви кривой. Выполнено соотношение $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Чему равна разность расстояний $F_2M - F_1M$?

Ответы:

- a) $2a$
- b) $2b$
- c) $2c$
- d) сумма зависит от точки M

Вопрос 20.5:



Точка M - произвольная точка кривой $y^2 = 2px$. Точки F_1, F_2 симметричны относительно начала координат. Выберите верное утверждение:

Ответы:

а) Если координаты точки F_1 есть $(p/2, 0)$, то расстояние F_1M равно расстоянию от точки M до прямой $x = -p/2$

b) Если координаты точки F_1 есть $(p, 0)$, то расстояние F_1M равно расстоянию от точки M до прямой $x = -p$

c) $F_1M = F_2M$

d) все перечисленное неверно

Вопрос 21.1: $z = \frac{y}{x}$. Найдите НЕверное равенство.

ОТВЕТЫ:

a) $z_{yy} = -\frac{1}{x^2}$

b) $z_x = -\frac{y}{x^2}$

c) $z_y = \frac{1}{x}$

d) $z_{xy} = -\frac{1}{x^2}$

Вопрос 21.2: $z = \frac{xy}{x-y}$. Найдите верное равенство.

ОТВЕТЫ:

a) $z_x = \frac{y(x-y) - xy}{(x-y)^2}$

b) $z_x = \frac{(y+x)(x-y) - xy}{(x-y)^2}$

c) $z_y = \frac{x+xy}{(x-y)^2}$

d) $z_y = \frac{x(x-y) - xy}{(x-y)^2}$

Вопрос 21.3: $z = x^y$. Найдите НЕверное равенство.

Ответы:

- a) $z_{yx} = \frac{1}{x}yx^{y-1}$
- b) $z_x = yx^{y-1}$
- c) $z_y = \ln x x^y$
- d) $z_{xy} = x^{y-1} - y \ln x x^{y-1}$

Вопрос 21.4: $z = \sin(x+yx^2)$. Найдите верное равенство.

Ответы:

- a) $z_x = \cos(x+yx^2)(1+2yx)$
- b) $z_x = \sin(1+2yx)$
- c) $z_y = \cos(x+yx^2)(1+x^2)$
- d) $z_y = \cos(x^2)$

Вопрос 22.1: Дана функция $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ и вычислены ее частные производные первого и второго порядка:

$$z_x = 6x^2 - y^2 + 10x,$$

$$z_y = -2yx + 2y,$$

$$A = z_{xx} = 12x + 10,$$

$$B = z_{xy} = -2y,$$

$$C = z_{yy} = -2x + 2.$$

Выберите правильное утверждение.

Ответы:

- a) $(0,0)$ – точка локального минимума
- b) $(0,0)$ – точка локального максимума
- c) в точке $(0,0)$ нет экстремума
- d) недостаточно данных для исследования экстремума

Вопрос 22.2: Дана функция $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ и вычислены ее частные производные первого и второго порядка:

$$z_x = 6x^2 - y^2 + 10x,$$

$$z_y = -2yx + 2y,$$

$$A = z_{xx} = 12x + 10,$$

$$B = z_{xy} = -2y,$$

$$C = z_{yy} = -2x + 2.$$

Выберите правильное утверждение.

Ответы:

- a) в точке $(1,-4)$ нет экстремума
- b) $(1,-4)$ – точка локального максимума
- c) $(1,-4)$ – точка локального минимума
- d) недостаточно данных для исследования экстремума

Вопрос 22.3: Дана функция $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ и вычислены ее частные производные первого и второго порядка:

$$z_x = 6x^2 - y^2 + 10x,$$

$$z_y = -2yx + 2y,$$

$$A = z_{xx} = 12x + 10,$$

$$B = z_{xy} = -2y,$$

$$C = z_{yy} = -2x + 2.$$

Выберите правильное утверждение.

Ответы:

- a) в точке $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ нет экстремума
- b) $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ точка локального максимума
- c) $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ точка локального минимума
- d) недостаточно данных для исследования экстремума

Вопрос 22.4: Дана функция $z = e^{x/2}(x+y^2)$ и вычислены ее частные производные первого и второго порядка:

$$z_x = e^{x/2}\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y^2 + 1\right),$$

$$z_y = 2ye^{x/2};$$

$$A = z_{xx} = e^{x/2}\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y^2 + 1\right),$$

$$B = z_{xy} = ye^{x/2},$$

$$C = z_{yy} = 2e^{x/2}.$$

Выберите правильное утверждение.

Ответы:

- a) $(-2, 0)$ точка локального минимума
- b) $(-2, 0)$ точка локального максимума
- c) в точке $(-2, 0)$ нет экстремума
- d) недостаточно данных для исследования экстремума

Вопрос 22.5: Дана функция $z = e^{x/2}(x+y^2)$ и вычислены ее частные производные первого и второго порядка:

$$z_x = e^{x/2}\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y^2 + 1\right),$$

$$z_y = 2ye^{x/2};$$

$$A = z_{xx} = e^{x/2} \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y^2 + 1 \right),$$

$$B = z_{xy} = ye^{x/2},$$

$$C = z_{yy} = 2e^{x/2}.$$

Выберите правильное утверждение.

Ответы:

- a) в точке $(0, 0)$ нет экстремума
- b) $(0, 0)$ точка локального максимума
- c) $(0, 0)$ точка локального минимума
- d) недостаточно данных для исследования экстремума

Вопрос 23.1: Выберите функцию, являющуюся решением дифференциального уравнения $xy' - 3y = 0$:

Ответы:

- a) $y = Cx^3$
- b) $y = (x+C)^3$
- c) $y = x^3 + C$
- d) $y = \frac{C}{x^3}$

Вопрос 23.2: Выберите функцию, являющуюся решением дифференциального уравнения $y' - 3y^{2/3} = 0$:

Ответы:

- a) $y = (x+C)^3$
- b) $y = Cx^3$
- c) $y = x^3 + C$
- d) $y = \frac{C}{x^3}$

Вопрос 23.3: Выберите функцию, являющуюся решением дифференциального уравнения $yy' + x = 0$:

Ответы:

- a) $y = \sqrt{C - x^2}$
- b) $y = \frac{C}{x}$
- c) $y = x^2 + C$
- d) $y = C\sqrt{1 - x^2}$

Вопрос 23.4: Выберите функцию, являющуюся решением дифференциального уравнения $xy' + y = 0$:

Ответы:

- a) $y = \frac{C}{x}$
- b) $y = \ln \frac{C}{x}$
- c) $y = \frac{1}{x} + C$
- d) $y = Cx$

Вопрос 24.1: Выберите уравнение с разделяющимися переменными:

Ответы:

- a) $y' = (2y+1)\operatorname{ctg}x$
- b) $xy' + 2\sqrt{xy} = y$
- c) $(2x+1)y' + y = x$
- d) $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$

Вопрос 24.2: Выберите линейное уравнение:

Ответы:

- a) $y' = (y^2+1)\operatorname{ctg}x$
- b) $xy' + 2\sqrt{xy} = y$
- c) $(2x+1)y' + y = x$
- d) $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$

Вопрос 24.3: Выберите однородное уравнение:

Ответы:

- a) $y' = (y^2+1)\operatorname{ctg}x$
- b) $xy' + 2\sqrt{xy} = y$
- c) $(2x+1)y' + y = x$
- d) $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$

Вопрос 24.4: Выберите уравнение в полных дифференциалах:

Ответы:

- a) $\operatorname{tg} x dy = (y^2 + 1) dx$
- b) $xy' + 2\sqrt{xy} = y$
- c) $(2x + 1) dy = (x - y) dx$
- d) $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$

Вопрос 25.1: Выберите правильное решение уравнения $y'' + 4y' + 4y = 0$:

ОТВЕТЫ:

- a) $y = (C_1 + C_2 x) e^{-2x}$
- b) $y = (C_1 + C_2 x) e^{-2}$
- c) $y = C_1 \cos(-2x) + C_2 \sin(-2x)$
- d) $y = C_1 e^{-2x}$

Вопрос 25.2: Выберите правильное решение уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$:

ОТВЕТЫ:

- a) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$
- b) $y = e^{2x} (C_1 \cos(3x) + C_2 \sin(3x))$
- c) $y = C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(3x)$
- d) $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{6x}$

Вопрос 25.3: Выберите правильное решение уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$:

ОТВЕТЫ:

- a) $y = e^{-x} (C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(2x))$
- b) $y = C_1 e^{-x} (\cos(2x) + \sin(2x))$
- c) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$
- d) $y = e^{2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

Вопрос 25.4: Выберите правильное решение уравнения $y'' - 5y' = 0$:

Ответы:

a) $y = C_1 + C_2 e^{5x}$

b) $y = 5x^2 + C_1 x + C_2$

c) $y = C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(5x)$

d) $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^x$

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (3 семестр)

Открытые вопросы. Математика, 3 семестр

Вопрос 1. Запишите правую часть для общего вида дифференциального уравнения с разделяющимися переменными : $y' = \dots$

Ответ: $f(x) \cdot g(y)$

Вопрос 2. Запишите, какие множители должны стоять на месте пропуска, чтобы это уравнение было дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными в общем виде: $P_1(x) Q_1(y) dx + \dots dy = 0$

Ответ: $P_2(x) Q_2(y)$

Вопрос 3. Какая замена приведет это однородное уравнение к уравнению с разделяющимися переменными: $\sqrt{x^2 + y^2} dx + (x + y) dy = 0$?

Ответ: $u = y/x$.

Вопрос 4. Запишите общий вид линейного уравнения 1 порядка.

Ответ: $y' + p(x)y = q(x)$

Вопрос 5. В каком виде нужно искать решение неоднородного линейного уравнения $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$, если применять метод вариации постоянных к решению однородного уравнения $y = C \cdot x$?

Ответ: решение неоднородного уравнения надо искать в виде $y = C(x) \cdot x$

Вопрос 6. Решите линейное уравнение $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$

Ответ: $y = (-\cos x + C)x$

Вопрос 7. Запишите общий вид уравнения Бернулли.

Ответ: $y' + p(x)y = q(x)y^n$

Вопрос 8. Какая замена приведет уравнение Бернулли $y' + p(x)y = q(x)y^n$ к линейному уравнению? Выразите новую функцию z и ее производную z' через старую функцию y и ее производную y' .

Ответ: замена $z = y^{1-n}$, $z' = (1-n)y^{-n}y'$

Вопрос 9. Решите уравнение Бернулли $xy' - y = \sin x y^2$

Ответ: $y = \frac{x}{\cos x + A}$

Вопрос 10. Запишите общий вид решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = 0$, если y_1, \dots, y_n – его линейно независимые частные решения

Ответ: $y = C_1 y_1 + \dots + C_n y_n$

Вопрос 11. Составьте фундаментальную систему решений для уравнения $y'' + 4y' + 4y = 0$

Ответ: $e^{-2x}, x e^{-2x}$

Вопрос 12. Составьте фундаментальную систему решений для уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$

Ответ: $e^{-x} \sin 2x, e^{-x} \cos 2x$

Вопрос 13. Составьте фундаментальную систему решений для уравнения $y'' + 9y = 0$

Ответ: $\cos 3x, \sin 3x$

Вопрос 14. Составьте фундаментальную систему решения для уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$

Ответ: e^{2x}, e^{3x}

Вопрос 15: Решите линейное уравнение $y'' + 4y' + 4y = 0$:

Ответы: $y = (C_1 + C_2x)e^{-2x}$

Вопрос 16: Решите линейное уравнение $y'' - 5y' + 6y = 0$:

Ответ: $y = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$

Вопрос 17: Решите линейное уравнение $y'' + 2y' + 5y = 0$:

Ответ: $y = e^{-x}(C_1\cos(2x) + C_2\sin(2x))$

Вопрос 18: Решите линейное уравнение $y'' - 5y' = 0$:

Ответ: $y = C_1 + C_2e^{5x}$

Вопрос 19: Составьте общий вид частного решения линейного неоднородного уравнения $y'' + 4y' + 4y = x^3$

Ответ: общий вид частного решения $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$

Вопрос 20: Составьте общий вид частного решения линейного неоднородного уравнения $y'' + 4y' + 4y = 5e^{-2x}$

Ответ: общий вид частного решения $Ax \cdot e^{-2x}$

Вопрос 21: Составьте общий вид частного решения линейного неоднородного уравнения $y'' - 5y' + 6y = \sin x$

Ответ: общий вид частного решения $A \sin x + B \cos x$

Вопрос 22. Составьте общий вид частного решения линейного неоднородного уравнения $y'' - 5y' + 6y = xe^{3x}$

Ответ: общий вид частного решения $(Ax + b)e^{3x}$

Вопрос 23. Какая замена понизит порядок дифференциального уравнения $y''y' = 5x$? Запишите новый вид уравнения.

Ответ: замена $y' = u(x)$. Уравнение $u'u = 5x$

Вопрос 24. Какая замена понизит порядок дифференциального уравнения $y''y' = 5y$? Запишите новый вид уравнения.

Ответ: замена $y' = p(y)$, $y'' = p'p$. Уравнение $p'p^2 = 5y$

Вопрос 25. запишите условие того, что уравнение $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ является уравнением в полных дифференциалах.

Ответ: $P'_y(x, y) = Q'_x(x, y)$

Вопрос 26. Является ли уравнение $(2x + y)dx + (x - 2y - 3)dy = 0$ уравнением в полных дифференциалах?

Ответ: да, является.

Вопрос 27. Является ли уравнение $(x + \ln y)dx + \left(\frac{x}{y} + \sin y\right)dy = 0$ уравнением в полных дифференциалах?

Ответ: да, является.

Вопрос 28. Найдите функцию $u(x, y)$, полный дифференциал которой является левой частью дифференциального уравнения $(2x + y)dx + (x - 2y - 3)dy = 0$.

Ответ: $u(x, y) = x^2 + yx - y^2 - 3y$.

Вопрос 29. Найдите функцию $u(x, y)$, полный дифференциал которой является левой частью дифференциального уравнения $(x + \ln y)dx + \left(\frac{x}{y} + \sin y\right)dy$

Ответ: $u(x, y) = \frac{x^2}{2} + x \ln y - \cos y$

Вопрос 30. Решите дифференциальное уравнение в полных дифференциалах $x dx + y dy = 0$

Ответ: $x^2 + y^2 = C$

Вопрос 31. Решите дифференциальное уравнение в полных дифференциалах $(2x + y)dx + (x - 2y - 3)dy = 0$.

Ответ: $x^2 + yx - y^2 - 3y = C$

Вопрос 31. Решите дифференциальное уравнение в полных дифференциалах $\frac{ydx - xdy}{y^2} = 0$

Ответ: $x/y = C$ или $y = Cx$ ($x \neq 0$)

Вопрос 32. Решите дифференциальное уравнение в полных дифференциалах $ydx + xdy = 0$

Ответ: $yx = C$ или $y = C/x$

Вопрос 33. Выразите двойной интеграл $\iint_D (x + y)dxdy$ через повторный интеграл, если область D – треугольник с границами $y = 0$, $x = 0$, $x + y = 1$

Ответ: $\iint_D (x + y)dxdy = \int_0^1 \left(\int_0^{1-y} (x + y)dy \right) dx$

Вопрос 34. Выразите двойной интеграл $\iint_D (x + y)dxdy$ через повторный интеграл, если область D – квадрат с границами $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 1$

Ответ: $\iint_D (x + y)dxdy = \int_0^1 \left(\int_0^1 (x + y)dy \right) dx$

Вопрос 35. Вычислите площадь фигуры, ограниченной кривыми $yx = 4$, $y = x$, $x = 4$.

Ответ: $S = 6 - 4 \ln 2$

Вопрос 36. Вычислите площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = 4 + x$, $x + 3y = 0$

Ответ: $S = 125/6$

Вопрос 37. Запишите формулу для площади фигуры D через двойной интеграл.

Ответ: $S = \iint_D 1dxdy$

Вопрос 38. Запишите в виде повторного интеграла формулу для площади фигуры, ограниченной слева и справа прямыми $x = a$, $x = b$, сверху кривой $y = f(x)$, снизу кривой $y = g(x)$.

Ответ: $S = \int_a^b \left(\int_{g(x)}^{f(x)} 1 dy \right) dx$

Вопрос 39. Запишите через двойной интеграл формулу для объема тела, ограниченного снизу плоскостью $z = 0$, сверху функцией $z = (x + y)^2$, с боков цилиндрической поверхностью, вырезающей на плоскости xOy область D .

Ответ: $V = \iint_D (x + y)^2 dx dy$

Вопрос 40. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $x + y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Ответ: $42 \frac{2}{3}$

Вопрос 41. Вычислите координату x центра масс пластинки, ограниченной линиями $y = 0$ и одной полуволной синусоиды $y = \sin x$

Ответ: $\frac{\pi}{2}$

Вопрос 42. Вычислите координату y центра масс пластинки, ограниченной линиями $y = 0$ и одной полуволной синусоиды $y = \sin x$

Ответ: $\frac{\pi}{8}$

Вопрос 43. Вычислите координату x центра масс пластинки, ограниченной линиями $y = x^2$, $x = 4$, $y = 0$

Ответ: 3

Вопрос 44. Вычислите координату y центра масс пластинки, ограниченной линиями $y = x^2$, $x = 4$, $y = 0$

Ответ: 4.8

Вопрос 45. Вычислите значение якобиана при переходе от декартовых координат (x, y) к полярным координатам r, φ

Ответ: r

Вопрос 46. Какую форму примет полукруг $x^2 + y^2 \leq 1, y > 0$ при переходе от декартовых координат к полярным координатам r, φ ?

Ответ: форму прямоугольника

Вопрос 47. Какую форму примет сектор круга $x^2 + y^2 \leq 1, x > 0, y > 0$ при переходе от декартовых координат к полярным координатам r, φ ?

Ответ: форму прямоугольника

Вопрос 48. Выпишите границы области, которая соответствует кругу $x^2 + y^2 \leq 1$ при переходе к полярным координатам.

Ответ: $r = 0, r = 1. \varphi = 0, \varphi = 2\pi$

Вопрос 49. Выпишите границы области, которая соответствует полукругу $x^2 + y^2 \leq 1, x > 0$ при переходе к полярным координатам.

Ответ: $r = 0, r = 1. \varphi = -\pi/2, \varphi = \pi/2$

Вопрос 50. Выпишите границы области, которая соответствует сектору круга $x^2 + y^2 \leq 1, x > 0, y > 0$ при переходе к полярным координатам.

Ответ: $r = 0, r = 1. \varphi = 0, \varphi = \pi/2$